

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE

FACOLTA' DI ARCHITETTURA

DIPARTIMENTO DI COSTRUZIONI

Analisi numerica di sistemi voltati in muratura rinforzati con materiali compositi (FRP).

**Tutor:
Prof. Michele PARADISO**

**Coordinatore del Dottorato:
Prof. Mario DE STEFANO**

**Tesi di Dottorato
di
Stefano GALASSI**

**Dottorato di Ricerca in
*Materiali
e Strutture per
l'Architettura* XIX ciclo**

*Alla mia Mamma,
che ringrazio per avermi fatto studiare,
e che purtroppo non può
godere di questa
soddisfazione*

*A Daniela,
la mia fidanzata,
che mi ha sopportato e supportato
rassicurandomi con fiducia*

*Al mio Zio,
architetto,
che è sempre stato
presente nella mia vita*

Indice

PREMESSA.....	1
INTRODUZIONE.....	3
CAPITOLO 1	
1.1 L'ARCO E LA VOLTA IN MURATURA NON RINFORZATI: LE PRINCIPALI TEORIE ALLA BASE DELLA VALUTAZIONE DELLA STATIBILITA'.....	12
1.2 GLI ALGORITMI DI CALCOLO PER STRUTTURE A VINCOLI UNILATERI.....	22
CAPITOLO 2	
2.1 I MATERIALI COMPOSITI FIBRO-RINFORZATI: GENESI E CAMPI DI APPLICAZIONE.....	34
2.2 PROPRIETA' DELLE FIBRE, DELLE MATRICI E ADESIVI, E DEL COMPOSITO.....	41
CAPITOLO 3	
3.1 LA MURATURA NON RINFORZATA: MODELLI DI COMPORTAMENTO.....	58
3.2 LA MURATURA RINFORZATA: UN MATERIALE INNOVATIVO.....	64
3.3 MATERIALI E TECNICHE TRADIZIONALI A CONFRONTO CON MATERIALI E TECNICHE INNOVATIVE: TIPOLOGIA DI INTERVENTI.....	68

3.4	L'ARCO E LA VOLTA RINFORZATI: VALUTAZIONE DELLA STABILITA' NEL RISPETTO DELLE LEGGI SULL'ANALISI LIMITE..	71
-----	---	----

3.5	L'ARCO E LA VOLTA RINFORZATI: LE FASI OPERATIVE DELL'INTERVENTO E DEL POST INTERVENTO.....	91
-----	--	----

CAPITOLO 4

4.1	MODELLI NUMERICI PROPOSTI PER IL CALCOLO DI ARCHI E VOLTE IN MURATURA RINFORZATI CON COMPOSITI IN FRP: I BENEFICI OFFERTI DAL RINFORZO.....	96
-----	---	----

4.2	PRIMA PROPOSTA: IL "MODELLO COMPLETO".....	99
-----	--	----

4.3	SECONDA PROPOSTA: IL "MODELLO A DELAMINAZIONE".....	106
-----	---	-----

4.4	UN ESEMPIO NUMERICO.....	115
-----	--------------------------	-----

4.5	IL MODELLO SPERIMENTALE.....	124
-----	------------------------------	-----

4.6	ANALISI DEL MODELLO SPERIMENTALE "ARCO 02" CON L'ALGORITMO DI CALCOLO PER STRUTTURE A VINCOLI UNILATERI CON GIUNTI ELASTICO-FESSURANTI.....	134
-----	---	-----

4.7	ANALISI DEL MODELLO SPERIMENTALE "ARCO 02 RINFORZATO" CON L'ALGORITMO DI CALCOLO "MODELLO COMPLETO".....	138
-----	--	-----

4.8	ANALISI DEL MODELLO SPERIMENTALE "ARCO 02 RINFORZATO" CON L'ALGORITMO DI CALCOLO "MODELLO A DELAMINAZIONE".....	169
-----	---	-----

CAPITOLO 5

5.1	OLTRE GLI FRP: I COMPOSITI DI ULTIMISSIMA GENERAZIONE.....	180
-----	--	-----

CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE.....	185
BIBLIOGRAFIA.....	188

Premessa

Da alcune decine di anni i materiali compositi fibrorinforzati vengono diffusamente utilizzati nel campo dell'Ingegneria civile, sia per quanto riguarda la realizzazione delle strutture di nuove costruzioni, sia per quanto riguarda il consolidamento statico degli edifici esistenti o di parte di essi. Fino ad allora, tali materiali, innovativi sotto ogni punto di vista, a causa del loro elevato costo, erano riservati ad applicazioni relative all'Ingegneria aeronautica e spaziale, per le quali in effetti furono concepiti, all'automobilismo da competizione, alla nautica e al settore dei trasporti in genere. Successivamente, con la messa a punto di processi di produzione più economici della fibra di carbonio, la più diffusa sicuramente, come la laminazione e la pultrusione, gli FRP sono stati esportati anche ad altri campi applicativi, grazie ad una serie di vantaggi che essi offrono: la leggerezza, l'elevata resistenza, la buona rigidità, la economicità dovuta alla facilità di trasporto e montaggio, la bassa invasività, la rapidità del collocamento in opera e la reversibilità dell'intervento.

Il settore edilizio vanta un rapido sviluppo applicativo di queste nuove tecnologie, e gli interventi finora realizzati dimostrano l'indubbia efficacia e riuscita delle operazioni; nello stesso tempo, però, le metodologie di calcolo non sono del tutto definite e testate e, cosa forse ancora più importante, non sono ancora state raccolte in adeguati corpi normativi. Inoltre, essendo materiali di nuova generazione, è incerto il loro comportamento nel tempo. Per questo i progettisti preferiscono ancora contare su materiali con proprietà decisamente note e costanti, piuttosto che su altri dotati di proprietà più elevate ma ancora poco conosciuti.

Si assiste dunque ad una dicotomia tra la pratica applicativa, da una parte, ed i settori matematico-scientifico e normativo dall'altra. Si lavora e si utilizzano queste nuove tecnologie di indubbia efficienza, senza però avere un riscontro numerico né un supporto scientifico, e neppure un apparato normativo a tutela dei tecnici che ne fanno uso.

Il presente lavoro, dunque, partendo dalla consultazione e dalle lettura critica di articoli tratti dalla letteratura tecnico-scientifica e dal Documento Tecnico del CNR DT200/2004, unico riferimento, almeno sul panorama italiano, 'quasi' normativo (o più correttamente insieme di raccomandazioni), vuole proporre e validare dei modelli numerici di calcolo per l'analisi di strutture voltate in muratura fibro-rinforzate.

INTRODUZIONE

“Che con l’uso di materiali compositi si potessero produrre materiali con proprietà meccaniche migliori rispetto a quelle dei singoli costituenti, era già noto agli antichi egizi che, migliaia di anni fa’, miscelavano paglia e fango per ottenere mattoni da costruzione più resistenti e meno fragili di quelli ottenuti da solo fango; e che le proprietà di un’asse di legno dipendano dalla direzione secondo la quale è sollecitata, è noto a chi, cercando di romperla, la dispone secondo la direzione che la vede opporre la minore resistenza.

Fibre di paglia, in un caso, e fibre di cellulosa, nell’altro, aggiunte al fango o alla lignina, non soltanto ne modificano le proprietà, ma ne consentono l’uso per compiti strutturali per i quali fango e lignina da soli sarebbero insufficienti.

E così, l’aggiunta di tondini di ferro al calcestruzzo impartisce al calcestruzzo armato resistenza alla trazione, e pertanto alla flessione, permettendone l’uso per la realizzazione di strutture soggette a carichi diversi, e l’uso di fibre ad elevate proprietà meccaniche consente di impiegare materiali polimerici per fabbricare aerei od automobili.”¹

Si apre così, con questa citazione tratta da un articolo di Claudio Migliaresi e di Alessandro Pegoretti dell’Università di Trento, questo lavoro con lo scopo di riflettere su

¹ Migliaresi C., Pegoretti A., “I materiali compositi”, Enco journal: periodico sulla tecnologia dei materiali da costruzione, 1998, v. 8, p. 1-1

alcune questioni relative ai materiali compositi che, sebbene a tutti note, vengono spesso date per scontate se non addirittura dimenticate.

I materiali compositi fibro-rinforzati sono destinati a vari scopi nel settore edilizio, dalla costruzione di strutture di nuova concezione al rinforzo e al consolidamento di quelle esistenti, in muratura, in cemento armato, in acciaio e in legno.

E' così pertanto singolare notare che certi materiali compositi vengono utilizzati per rinforzare altri materiali compositi. In effetti anche il legno da costruzione è un materiale composito, così come la muratura e il cemento armato.

Claudio Migliaresi e Alessandro Pegoretti, nel testo sopra citato, dicono proprio questo quando simpaticamente parlano dell'accoppiamento di paglia e di fango per l'ottenimento del composito 'mattone da costruzione'.

In effetti un composito altro non è che un materiale ottenuto miscelando opportunamente dei componenti di base. Ma perché viene fatto tutto ciò? A cosa serve un materiale composito? La risposta a questa domanda è l'altra questione sollevata dagli autori di cui sopra. Per affrontare l'argomento si rifletta sull'esempio di seguito illustrato.

Si pensi che uno dei primi compositi polimerici rinforzati da fibre realizzato dagli umani è il giubbotto impermeabile. Nella metà del diciannovesimo secolo un ragazzo di nome Charles Macintosh ebbe un'idea brillante: prese due strati di tessuto di cotone (il cotone è un polimero naturale) e li imbevete in una gomma naturale (nota anche come poliisoprene), inventando appunto il primo giubbotto impermeabile della storia. In questo modo, ancora oggi, si ottengono pratici impermeabili: la gomma li rende idrorepellenti e gli strati di cotone li rendono comodi da indossare.

Da questo semplice esempio si capisce perché si realizzano i compositi: per ottenere un materiale che abbia le proprietà di entrambi i suoi componenti. Macintosh combinò insieme l'idrorepellenza del poliisoprene ed il comfort del cotone.

In molti casi il materiale composito viene progettato proprio in modo che le sue proprietà siano specifiche e volute. Recuperando nuovamente la citazione sopra riportata, gli autori sottolineano che agli antichi egizi, quando ottenevano i mattoni da costruzione con la paglia e con il fango, era noto che il prodotto finale era più resistente e meno fragile del solo fango; e che tutti sanno che le proprietà di un'asse di legno sono dipendenti dalla direzione delle sollecitazioni.

Così unendo fibre di paglia con fango e fibre di cellulosa con lignina è possibile ottenere dei prodotti, i compositi, con proprietà ereditate da quelle dei loro componenti ed utilizzabili per *'compiti strutturali per i quali fango e lignina da soli sarebbero insufficienti'*.

Siamo circondati da materiali compositi e neanche ce ne rendiamo conto. Primi fra tutti i materiali che definiscono gli ambienti in cui viviamo (casa, luogo di lavoro, automobile).

Un materiale composito, adottando una dizione più completa, può essere definito come un materiale ottenuto dall'insieme di due componenti, il rinforzo e la matrice ed essendo il rinforzo composto da uno o più materiali in grado di esplicare capacità portanti e resistenti e la matrice un elemento con capacità legante, il cui scopo è quello di trasferire stati di tensione e deformazione tra le singole componenti del rinforzo, è possibile dedurre che anche la muratura, così come il cemento armato (in questa sede i soggetti che necessitano di rinforzo) sono essi stessi materiali compositi.

E' pertanto conveniente distinguere i materiali tradizionali dai rinforzi, definendo questi ultimi come *'materiali compositi avanzati'*.

La muratura, quale materiale composto dall'insieme di mattoni (pietre) e di malta può essere considerato un composito in quanto i mattoni rappresentano la fase di rinforzo, dovendo essi stessi assorbire i carichi, mentre i giunti di malta rappresentano la matrice che funge da legante degli elementi di rinforzo e di distributore delle sollecitazioni. Il

composito muratura così ottenuto esibisce proprietà migliori di quelle della sola malta, ad esempio.

Ancora più evidente è il caso del cemento armato, in cui i tondini di acciaio (fase di rinforzo) accoppiati con il calcestruzzo (la matrice) danno vita ad un composito con proprietà diverse e migliori di quelle del solo calcestruzzo: il cemento armato è così in grado di assorbire anche quegli sforzi di trazione, e quindi di flessione, che per sua natura il calcestruzzo non è in grado di sopportare.

Oltre a questi potremmo citare tantissimi altri esempi di materiali compositi, compresi quelli che esistono in natura, ad esempio il legno truciolare, la carta ed infine le nostre ossa. Ma sono i ‘compositi avanzati’, per recuperare il termine precedentemente coniato, ovvero i compositi rinforzati con fibre quelli oggetto di nostro interesse. Definiti con l’acronimo FRP (Fiber Reinforced Polymer), questi materiali sono costituiti da due fasi (componenti) principali:

- una fase omogenea, detta matrice, costituita o da materie plastiche (quali il nylon e l’ABS) o da materie termoindurenti (resine epossidiche); in alternativa può anche essere costituita da un metallo (alluminio, titanio) o da materiali ceramici (come il carburo di silicio o l’allumina)
- una fase discontinua, generalmente fibrosa, dispersa nella matrice, detta rinforzo o carica (le più usate sono le fibre di vetro, quelle di carbonio, quelle di boro, quelle di aramide)

Le fibre sono in genere forti e rigide ma fragili; pertanto è grazie alla matrice che il composito acquista caratteristiche di duttilità (un po’ come avviene nel cemento armato, in cui è l’armatura che conferisce duttilità al calcestruzzo di per sé fragile).

Le fibre assolvono il fondamentale ruolo di sopportare le sollecitazioni per le quali sono chiamate in causa e impartiscono rigidità al composito, la matrice invece non ha compiti di resistenza meccanica, tiene legate insieme le fibre garantendo così la coesione

del sistema e ripartisce i carichi su di loro, facendole lavorare insieme. Se si manifesta una frattura la matrice ridistribuisce gli sforzi locali verso le fibre adiacenti. Inoltre distanzia le fibre e le protegge dall'ambiente esterno.

La buona riuscita del composito, quindi, non è solo funzione delle quantità, ma soprattutto delle modalità di accoppiamento delle fasi costituenti (problema di adesione-delaminazione interna al composito).

Il fatto che si utilizzino materiali fibrosi come rinforzo fa in modo che il composito da essi ottenuto presenti una spiccata anisotropia. L'anisotropia (dovuta appunto al fatto che le fibre sono costituite da singoli filamenti e che questi hanno una certa disposizione e orientazione nel proprio piano o nello spazio) può essere opportunamente sfruttata se tenuta sotto controllo (caso di fibre lunghe e continue): essendo cosa nota, viene sfruttata dirigendo gli sforzi sul composito secondo la direzione delle fibre. Viceversa, se non è controllabile, ad esempio nel caso in cui vengano utilizzate fibre corte e conseguentemente con orientazione variabile, è pericolosa perché non è prevedibile il comportamento del materiale: la direzione dei carichi non coincide, sezione per sezione, con la direzione delle fibre.

E' per questo che *la 'progettabilità' costituisce senz'altro la caratteristica più "stimolante" di un materiale composito, unico tipo di materiale che può essere prodotto nella forma definitiva e con le proprietà volute mentre viene prodotto.*

Oltre alle 'proprietà volute', Migliaresi e Pegoretti segnalano anche la 'forma definitiva'. Sebbene costoro si riferiscano probabilmente alla forma del materiale composito, è sicuramente significativo far notare che la 'forma definitiva' debba forse più correttamente attribuirsi alla forma della struttura o dell'elemento da rinforzare: pensando al tipico caso di consolidamento di un solaio ligneo attraverso la disposizione di profili in acciaio a doppio T all'intradosso delle travi principali, oggetto dell'intervento, è evidente che si viene a modificare la struttura originaria anche in termini di forma e dimensione

dell'elemento strutturale, il quale oltre tutto, accresce di peso. E l'acciaio non pesa poco. Immaginando adesso di intervenire, alternativamente alla tecnica tradizionale, utilizzando nastri in composito fibro-rinforzato, otterremmo lo stesso risultato senza variare forma e dimensioni e soprattutto senza aumento di peso.

La scoperta di questi materiali innovativi si deve alla ricerca tecnologica promossa dall'industria aerospaziale negli anni '60, con lo scopo di ottenere il miglior compromesso tra resistenza, peso e costo degli aeromobili, per ridurre i costi energetici. La grande diffusione in questo settore ha riguardato soprattutto i velivoli da combattimento; si pensi che gli F4, aerei da caccia che gli Stati Uniti utilizzarono durante la guerra in Vietnam, erano già costituiti per il 25% in materiali compositi.

Ma il vero impulso verso la massiccia diffusione delle fibre ad alta resistenza venne dall'irreversibile rialzo del costo del petrolio degli anni '80, che impose la necessità di pervenire ad una sensibile riduzione dei consumi di combustibile. E' così che entrarono in servizio i primi aerei civili che incorporavano in quantità ormai significative anche i materiali compositi.

L'interesse dei primi ricercatori aerospaziali degli anni '60 mostrato per questi nuovi materiali era motivato dal fatto che i materiali metallici, utilizzati in un recente passato (quali leghe di alluminio e titanio), non avevano soddisfatto appieno le condizioni succitate, soprattutto per l'elevato costo; da qui il dirottamento verso lo studio di nuove soluzioni.

Le soluzioni più gettonate erano tutti quegli elementi che presentavano basso peso molecolare, come il litio, il berillio, il boro e il carbonio.

Scartati il litio e il berillio perché costosissimi e poco reperibili, la ricerca si indirizzò allora verso il boro e il carbonio.

Il processo produttivo per la fabbricazione delle fibre di boro è però alquanto lungo e quindi assai incidente sui costi di produzione. Consiste infatti nel far passare un sottile

filo di tungsteno in una camera di reazione piena di boro, cloro e idrogeno. Il filo viene riscaldato fin oltre 1000°C facendolo percorrere da corrente elettrica: a questa temperatura si deposita sul filo un sottile strato di boro.

Sebbene la fibra di boro così ottenuta presenti elevate caratteristiche meccaniche, come suddetto, il processo è lungo e incide negativamente sui costi di produzione. Inoltre il filo di tungsteno, che rimane annegato nel rivestimento di boro, accresce il peso specifico della fibra che risulta così meno interessante per le applicazioni a cui è destinata.

Scartate così anche le fibre di boro, rimasero in gioco solo le fibre di carbonio, più attrattive in quanto era possibile sfruttare un diverso processo produttivo, risolvendo così gli inconvenienti sopra elencati.

Le fibre di carbonio vengono prodotte a partire da due componenti, due polimeri sintetici che presentano forti percentuali di carbonio (oltre il 65%), il poliacrilonitrile (PAN) e il rayon. Il processo consiste in trasformazioni termochimiche. I polimeri vengono sottoposti dapprima ad una pirolisi a circa 200°C in presenza di ossigeno, durante la quale per effetto del calore si ha una variazione della composizione chimica; successivamente ad un trattamento di grafitizzazione a temperature ben più alte, comprese tra 1600-2500°C, per mezzo del quale è possibile eliminare tutti gli elementi estranei al carbonio. Contemporaneamente alla pirolisi oppure alla grafitizzazione le fibre vengono anche messe in trazione per conferire loro elevatissime caratteristiche meccaniche. Agendo infatti sulla temperatura è possibile ottenere fibre di carbonio con caratteristiche meccaniche diverse, passando dalle fibre ad alta resistenza a quelle ad alto modulo, in cui la rigidità è preferita alla resistenza, oppure a quelle intermedie.

Nel 1971, alle fibre di carbonio, vediamo sovrapporsi un'altra famiglia di fibre, quelle in aramide: queste ultime vengono ottenute partendo non più da polimeri sintetici ma da composti organici. Realizzate dall'industria DU PONT de NEMOURS e CO., il processo produttivo non è conosciuto in quanto protetto da brevetto mondiale.

Oltre che in campo aeronautico, campo che promosse l'uso dei materiali compositi fibrorinforzati, tali materiali sono stati a poco a poco adottati anche da altre industrie e si sono diffusi un po' in tutti i settori.

In campo spaziale, ad esempio, essendo predominante il requisito della leggerezza, questi materiali vengono utilizzati per la costruzione di satelliti e di sonde spaziali non abitate.

Nel settore dei trasporti terrestri e marini, in particolare in quello da competizione, vengono invece utilizzati per la fabbricazione di telai, soprattutto in fibra di carbonio; non solo per la spiccata leggerezza, ma anche e soprattutto per l'elevata rigidità torsionale se confrontata con quella dei corrispondenti telai in alluminio. In questo modo è possibile ottenere un migliore assetto ed una migliore efficacia della vettura. Fuori dal mondo delle competizioni, significativo è segnalare l'uso di questi materiali in particolari delle auto, quali il tetto del furgone Fiat Daily. Fiat e Renault hanno pochi anni fa commercializzato i loro furgoni da trasporto Ducato e Trafic con balestre in fibre di vetro.

In relazione al trasporto marino la caratteristica più appetibile di questi materiali per la realizzazione delle barche è senz'altro la grande resistenza alla corrosione, se confrontata a quella offerta dalle leghe metalliche.

Anche il campo sportivo vanta ampia diffusione dei materiali compositi, che sfruttando la proprietà di leggerezza di cui necessitano gli attrezzi sportivi con conseguente minore sforzo dell'atleta, vengono impiegati in racchette da tennis con rinforzi in fibra di carbonio, sci con soletta in fibra di aramide, canoe, canne da pesca, mazze da golf e da hockey, archi e frecce, telai e ruote per biciclette...

Nel settore bellico, infine, vengono molto utilizzate le fibre di aramide, sfruttando la loro peculiare caratteristica di resistenza all'impatto. Vengono prodotti quindi giubbotti antiproiettile, efficaci protezioni personali che non gravano sull'individuo in termini di peso, protezioni per automobili diplomatiche, furgoni portavalori, sportelli bancari.

Da alcune decine di anni, anche il settore edilizio vanta l'uso di questi nuovi materiali, con campi di applicazione tra i più svariati e tra i quali in questa sede verrà analizzato in dettaglio la funzione di rinforzo strutturale per edifici in muratura ed in particolare di sottostrutture tipiche dell'edilizia storica e monumentale, di cui il territorio italiano vanta innumerevoli esemplari, quali gli archi e le volte.

CAPITOLO 1

1.1. L'ARCO E LA VOLTA IN MURATURA NON RINFORZATI: LE PRINCIPALI TEORIE ALLA BASE DELLA VALUTAZIONE DELLA STABILITÀ.

Ogni tipologia strutturale, concepita dall'uomo fin dai tempi più antichi, è nata con lo scopo di assolvere determinate funzioni e, per assolverle, è stata realizzata con certi specifici materiali, i cui requisiti fossero tali da soddisfare le esigenze richieste. Così, per superare ampie luci, fu inventato l'arco e per coprire vasti ambienti furono inventate le volte in muratura, geometricamente e strutturalmente derivate dagli archi. Anche il legno poteva essere utilizzato per le stesse finalità, così, tagliando le essenze in forme prestabilite si sono ottenuti i legnami da costruzione, come le travi e gli elementi da impalcato. Con l'avvento della rivoluzione industriale, la diffusione e la disponibilità di nuovi materiali, quelli metallici, sono poi nate le architetture in acciaio, costituite da strutture intelaiate. In conseguenza di questo processo si è avvertita l'esigenza di codificare le modalità per mezzo delle quali tali materiali potevano essere utilizzati. Ecco che iniziarono a svilupparsi le leggi fondamentali della Scienza delle Costruzioni.

Ogni elemento strutturale assume una “forma geometrica” particolare e voluta che dipende dalla scelta del “materiale” che si desidera impiegare per la sua realizzazione. Gli archi e le volte sono stati, fin dai tempi più antichi, realizzati in mattoni o in pietra, cioè in muratura, in quanto il loro modello di funzionamento strutturale può essere descritto semplicemente in questo modo: ogni, mattone o concio di pietra, è chiamato a lavorare

soltanto a compressione (più o meno centrata), dovendo trasferire i carichi sollecitanti, attraverso i ricorsi di malta, l'uno sull'altro e così via fino alle strutture di elevazione e ancora, attraverso queste ultime, fino a terra. In questo modo un materiale molto resistente alla compressione quale “il materiale muratura” risultava molto idoneo.

■ Arco

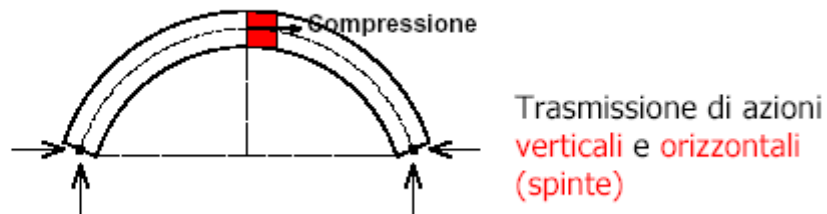


Fig. 1 – L'elemento strutturale “arco” viene realizzato in muratura perché concepito, fin dalle antichità, per lavorare a compressione.

Viceversa, l'elemento strutturale “trave”, sia essa realizzata in legno, in acciaio o anche in cemento armato, è concepita con lo scopo di lavorare a flessione: per questo motivo la sua forma è dettata da un asse rettilineo ed il materiale costituente deve essere tale da offrire resistenze sia alla compressione che alla trazione.

■ Trave appoggiata (sistema trilitico)

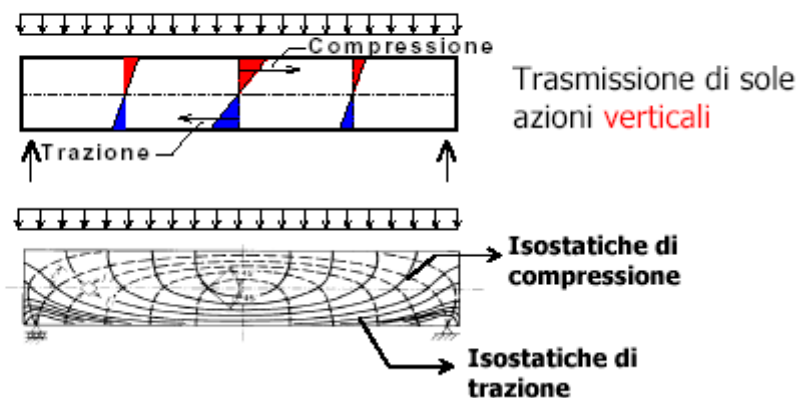


Fig. 2 – L'elemento strutturale “trave” viene realizzato con materiali caratterizzati da comportamento bilatero per poter lavorare a flessione.

Così è possibile concludere che un certo elemento costruttivo può e deve essere realizzato specificamente con un certo materiale, e che in funzione del tipo di materiale impiegato è possibile conferirgli solo determinate “forme”, che quindi diventano peculiari di

quell'elemento. Se parliamo di “arco”, ciascuno di noi pensa implicitamente ad una struttura ad asse curvilineo di mattoni o di pietra e se parliamo di “trave” è immediata l'immagine di un elemento orizzontale e ad asse rettilineo, generalmente di sezione costante, fatto per lo più in acciaio o in cemento armato o in legno.

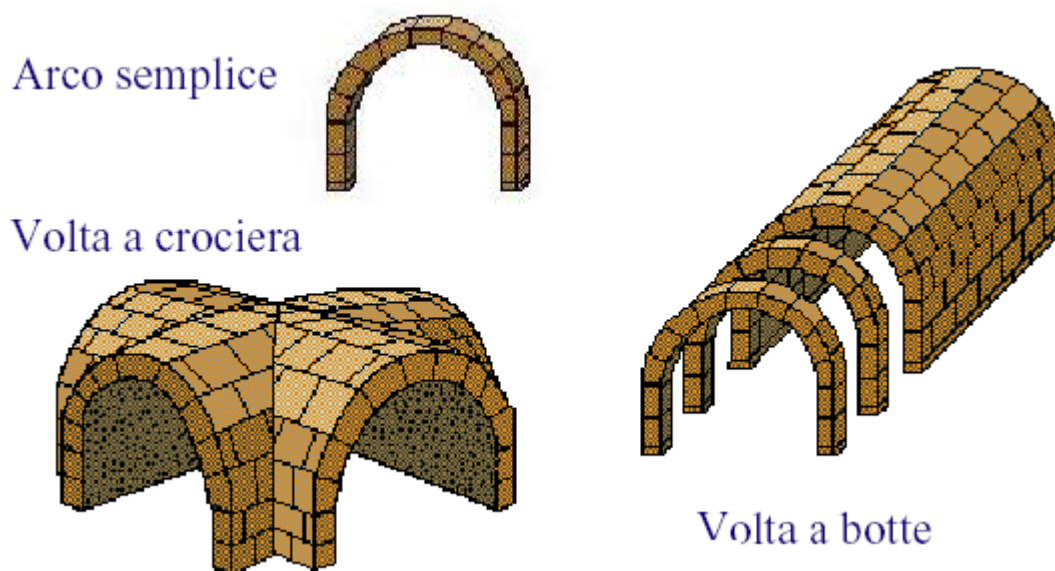


Fig. 3 – *Alcuni schemi archetipi: dall'arco alla volta a botte e da questa alle volte composte.*

Si pensi anche soltanto per un minuto alla possibilità di costruire una trave in mattoni: la struttura perderebbe la sua “forma” subito dopo il disarmo. Semmai è realizzabile il caso contrario: con la tecnica delle costruzioni moderna è possibile invece realizzare archi e volte sottili in cemento armato; questo però fa parte di un altro mondo ancora ed esula pertanto dai nostri interessi.

Conseguenza fondamentale di questa premessa è, come ricorda anche S. Di Pasquale², che il vero studio delle ossature murarie ha origini molto lontane, praticamente insite nell'uso stesso del materiale. Purtroppo però questo studio non è stato continuativo: ancora Di Pasquale aggiunge che in tal senso si può parlare di recupero di un “sentiero

² Di Pasquale S., “*Statica dei solidi murari: teoria ed esperienze*”, Pubbl. N° 27, Dipartimento di Costruzioni, Università di Firenze, 1984

interrotto” dall’avvento della teoria dell’elasticità, cominciato nel ‘500 e poi sviluppato dalla Statica Settecentesca fino, potremmo dire, ai giorni nostri.

Il primo riferimento chiaro all’arco in muratura inteso quale elemento strutturale, si deve a Leonardo da Vinci, il quale, nel Codice Foster, disegna schematicamente un arco a sesto acuto e propone una certa riflessione: *“l’arco non si romperà, se la corda dell’archi di fori non tocherà l’arco di dentro”*.

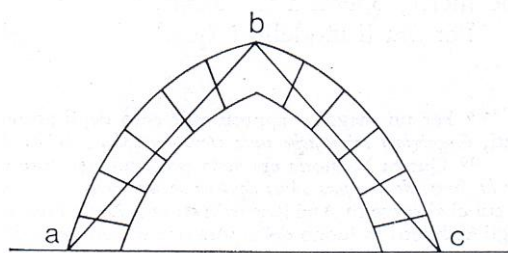


Fig. 4 – Leonardo da Vinci. Schema descrittivo della condizione di equilibrio di un arco.

Già nel ‘500 quindi c’era stata l’intuizione che quella che successivamente sarà definita “linea delle pressioni” aveva a che fare con la stabilità di un arco e che l’equilibrio è dettato da leggi geometriche sulla struttura: fermi restanti i carichi, un arco è in grado di sostenerli solo se ha una certa forma, la quale poi si scoprirà essere quella “ideale” solo quando assomiglia alla funicolare dei carichi.

Il successivo contributo per la definizione del comportamento degli archi e delle volte in muratura si ebbe nel Settecento, quando alcuni studiosi, tra cui Couplet e Coulomb (1736-1806), suggerirono aspetti fondamentali per codificare dei modelli per lo studio di queste strutture. Nelle due memorie “De la poussée des voutes” del 1729 e “Seconde patie de l’examen de la poussée des voutes” del 1730, Couplet affronta, da una parte, l’argomento della stabilità basata sui concetti di linea delle pressioni, dall’altra espone le sue teorie sulle possibili modalità di collasso di un’arco: le sue parole chiave furono *“engrénement entre le voussoirs”*, per esprimere che per effetto dell’attrito e dell’aderenza nei giunti viene impedito lo scorrimento traslazionale di un concio rispetto

all'altro, e “*charnières*”, termine col quale sottolinea che esiste una possibilità di moto tra i conci di tipo rotazionale che questo può avvenire o attorno ad un punto del giunto posto all'intradosso oppure in estradosso, con allontanamento dei conci stessi.

Coulomb, oltre alle sue notevoli intuizioni, ha il merito di aver sistematizzato il lavoro di autorevoli suoi predecessori e di aver individuato i fondamentali meccanismi di collasso di un arco: il collasso per formazione di cerniere di rotazione, già noto come “collasso flessionale alla Couplet” e quello per scivolamento dei conci, già noto come “teoria del cuneo” di De La Hire³.

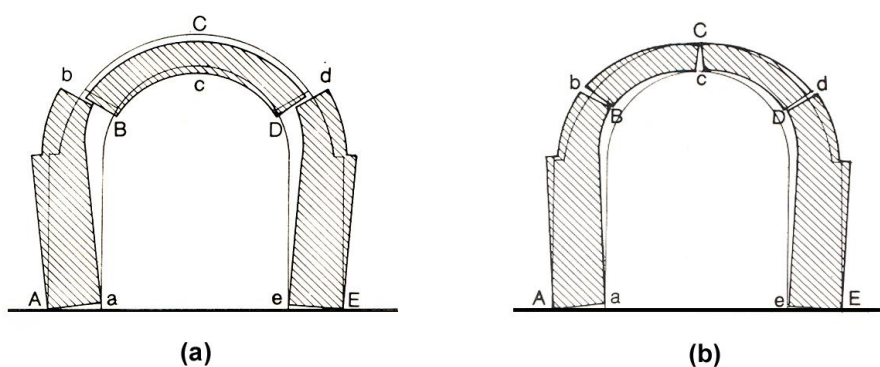


Fig. 5 – (a) “La teoria del cuneo” di Philippe de La Hire (1640-1718); (b) “Il collasso flessionale” di Claude Antoine Couplet (1642-1722).

L'Ottocento è segnato invece da due personaggi, il cui ruolo pure è stato determinante: Méry da un lato, Casigliano dall'altro.

Castigliano introduce l'analisi delle cosiddette strutture imperfettamente elastiche: attraverso una metodologia iterativa egli fornisce un criterio per l'individuazione della reale struttura reagente, che come noto, nel caso di strutture realizzate con materiali unilateri, quali la muratura, non corrisponde alla struttura apparente, ovvero alla sua geometria. Il procedimento numerico proposto corregge ad ogni passo la “forma della struttura”, per successive eliminazioni delle parti non reagenti: rosicchiando così a poco a poco un po' di materiale dalla struttura geometrica, che, inizialmente viene assunta come

³ P. De La Hire, “*Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*”, 1712, p. 69, Parigi 1731

struttura resistente, è possibile ottenere, raggiunta la convergenza dell'algoritmo, quella effettivamente reagente.

Il metodo di Mery⁴, invece, non contiene alcuna informazione sull'elasticità del materiale: egli propone una metodologia di indagine fondata esclusivamente su considerazioni di equilibrio di tipo grafico. Mery by-passa il problema della ricerca del vero poligono funicolare di un arco, che nel piano è considerato tre volte iperstatico perché doppiamente incastrato alle imposte (o alle reni): il problema iperstatico può essere risolto completando il set delle equazioni di equilibrio con equazioni aggiuntive dette di congruenza; queste ultime, però, come noto, traducono informazioni di tipo materico e soprattutto contengono dati relativi a concetti basati sull'elasticità dei materiali. Mery quindi decide di non avvalersi di questa impostazione: il materiale di cui dispone è rigido.

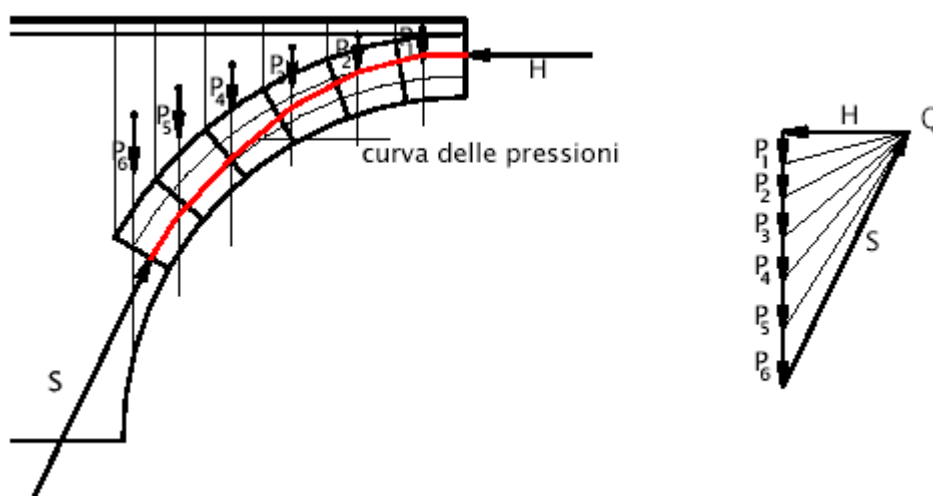


Fig. 6 – Il poligono funicolare del Mery.

Potendo quindi avvalersi delle sole condizioni di tipo statico, deve trovare una struttura che sia isostatica, cioè staticamente determinata: l'arco a tre cerniere. Dichiarò che è possibile studiare, al posto della struttura reale, una geometricamente uguale pensata frantumata in tre sezioni con formazione di lesioni a cuneo, la cui posizione sia nota a

⁴ E. Mery, "Mémoire sur l'équilibre de voutes en berceau", Annales de Ponts et Chaussées, I semestre, Parigi, 1840

priori, e che questo modo di affrontare il problema non solo è semplificativo nei calcoli ma è anche a vantaggio della sicurezza. Infatti, se una struttura è sicura (stabile) quando viene pensata tutta lesionata, a maggior ragione sarà sicura (stabile) nelle condizioni in cui si trova. Da ciò scaturisce anche che è possibile ottenere un certo grado (coefficiente) di sicurezza: un coefficiente di sicurezza di tipo geometrico, che nel caso specifico vale 3. Nel '900 la personalità dominante è quella di J. Heyman, che negli anni Sessanta pubblica due articoli, ormai assunti come riferimento fondamentale per lo studio di archi e volte in muratura: *"The Masonry Arch"* e *"The Stone Skeleton"*. Attraverso una rilettura delle nozioni codificate nel Settecento attraverso la statica grafica fatta in chiave moderna, secondo cioè i temi tipici dell'analisi limite, e recuperando i teoremi statico e cinematico egli giunge a formulare ipotesi di base per lo studio di sistemi voltati:

- infinita resistenza a compressione
- infinita resistenza a taglio
- resistenza nulla a trazione

Conseguenze:

- due conci, pur ruotando, devono obbligatoriamente allontanarsi l'uno rispetto all'altro; non è ammessa la loro compenetrazione
- due conci contigui non possono scorrere relativamente: il cinematismo traslazionale non è ammissibile
- assumendo che il materiale muratura sia di tipo NRT, a vantaggio della sicurezza, il poligono funicolare limite è tangente alla curva di intradosso o di estradosso in un numero di sezioni al massimo pari a tre.

Come Heyman, Di Pasquale individua negli studi del XVIII secolo i referenti fondamentali dell'attuale ricerca sulla meccanica delle murature, soprattutto per quanto riguarda il "modello a vincoli lisci e unilateri" di matrice settecentesca.

Secondo questo modello, il materiale muratura risulta schematizzabile con un insieme di sferette lisce poste a contatto reciproco e di vario diametro, in modo da garantirne la distribuzione continua nello spazio occupato. Questi contatti possono essere visti come bielle rigide reagenti solo a compressione, che uniscono tra loro i baricentri di ciascuna sferetta (in questo caso il comportamento è rigido-fragile).

Se invece vogliamo cogliere un comportamento elastico a compressione per la muratura, dobbiamo dotare di elasticità le bielle monolateri che simulano i contatti tra gli elementi rigidi così da modellare la presenza del legante tra i blocchi di muratura.

Dato il grande divario esistente tra i valori reali di deformabilità della malta e quelli del materiale che costituisce i conci si può parlare anche di materiale ad elasticità concentrata.

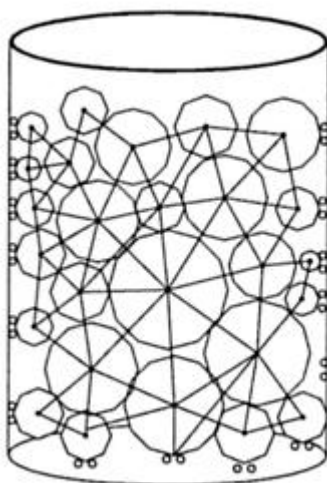


Fig.7 – *Modellazione della muratura a sferette collegate soltanto dal puro contatto.*

In tal modo si ottiene giustificazione delle proprietà rilevabili a livello macroscopico nella muratura, materiale eterogeneo e anisotropo, ma soprattutto incoerente e coesivo; caratteristiche queste che dipendono dal tipo di vincolo interno ipotizzato: il semplice contatto appunto.

Il solido granulare è però una struttura solo quando è posto in un contenitore; nei punti di contatto con la superficie del contenitore dobbiamo simulare dei carrelli ad asse ortogonale alla superficie del contenitore in quel punto.

Tale modello schematizza bene il comportamento di un solido non reagente a trazione in quanto le sferette possono essere compresse le une sulle altre; se invece venissero tese si dividerebbero perché in quel verso non esiste alcun tipo di legame.

In questo modo, assegnati i carichi, è possibile notare che non tutti i legami tra le biglie sono attivi perché laddove ci sarebbe stata trazione, i flussi degli sforzi interni vengono dirottati verso altri legami cosicché alcune zone risultano sollecitate ed altre scariche. In un materiale non reagente a trazione, infatti il fenomeno della diffusione dei carichi è poco veritiero. Spesso negli edifici le lesioni sono proprio la dimostrazione visiva di quella parte di struttura geometrica che è anche reagente. Di Pasquale ricorda: “Un materiale del genere non ha forma propria, ma la assume per così dire, quando viene opportunamente sollecitato; allora le sue particelle risultano organizzate secondo le linee isostatiche e costituiscono una struttura che varia al variare delle azioni esterne”. Questo materiale è infatti da considerarsi intrinsecamente labile per cui i manufatti lapidei non mostrano, con la loro forma geometrica, anche la forma della struttura. Quest’ultima semmai è compresa nella precedente, ne è una parte e non è determinabile a priori.

Per calcolare gli sforzi nella struttura reagente quindi non è però corretto pensare di eliminare le aste tese ed applicare alla parte compressa i classici metodi della scienza delle costruzioni.

Applicando ad esempio al modello elasto-fragile a sferette succitato un sistema di carichi crescenti in relazione ad un moltiplicatore, è evidente che quando si raggiunge un valore tale per cui una biella risulterebbe tesa, quell’asta si frattura e non è più in grado di trasmettere alcuna sollecitazione. L’eliminazione di un vincolo fa abbassare la rigidezza

complessiva del sistema, il quale cambia totalmente il suo modo di funzionare, trasformandosi in un'altra struttura diversa da quella originaria.

Il percorso di equilibrio, visualizzato dal diagramma carico-spostamento, mostra un punto di discontinuità che rappresenta la rottura di un legame; la struttura reagente è cambiata e con essa la configurazione di equilibrio.

La nuova struttura è più deformabile, la sua rigidezza adesso è uguale a quella di un'analogia struttura in cui quell'asta non c'è mai stata.

Ogni volta che si frattura un'asta si ha una nuova discontinuità nel percorso di equilibrio, fino al collasso della struttura, che avviene nel momento in cui si rompe anche l'ultimo legame che la rendeva isostatica.

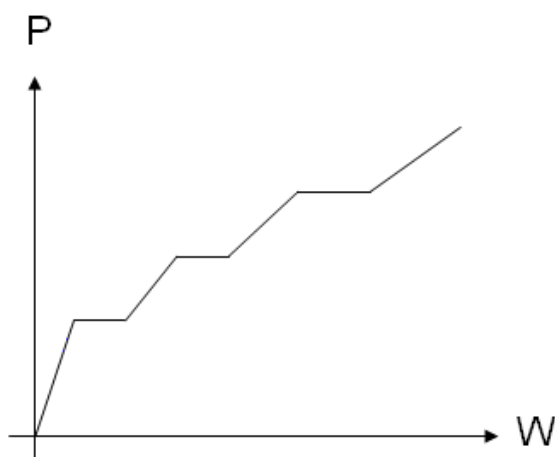


Fig.8 – *Percorso di equilibrio della muratura: ogni volta che si apre una frattura si rompe un legame interno e il diagramma registra un tratto orizzontale*

Dunque l'equilibrio in questi tipi di strutture esiste solo se, dato un sistema di vincoli e di carichi applicati, all'interno della struttura apparente è possibile trovare una struttura resistente compatibile con le caratteristiche del materiale e con la condizione di carico assegnata.

1.2. GLI ALGORITMI DI CALCOLO PER STRUTTURE A VINCOLI UNILATERI.

Secondo quanto precedentemente illustrato, il problema dello studio delle strutture a vincoli unilateri, in primis quelle in muratura, è da ricondursi all'interno della ricerca della effettiva struttura resistente che resta nascosta dentro quella apparente.

In una struttura in acciaio, ad esempio (tanto per citare il materiale standard per eccellenza, ossia omogeneo, isotropo e isoresistente a trazione e a compressione) i carichi esterni si diffondono al suo interno investendo ogni sezione e di ogni sezione ogni punto, che risulta sollecitato da tensioni normali e tangenziali; diversamente, una struttura in muratura risulta solo parzialmente sollecitata in funzione della posizione dei carichi, conservando scariche le altre parti. Da qui la dualità struttura apparente - struttura reagente.

Per individuare la struttura reagente e valutare gli sforzi interni nelle sezioni di analisi, è possibile fare ricorso sia alla metodologia proposta dallo stesso Prof. Di Pasquale, che prende il nome di *“metodo delle distorsioni”*⁵, che a quella formulato dai Professori M. Paradiso, G. Tempesta, S. Briccoli-Bati, dal nome *“metodo dell'inversa generalizzata”*.⁶ Si precisa che la nomenclatura assegnata a questi metodi di calcolo è puramente convenzionale. Il metodo di analisi è sempre lo stesso: il *“metodo degli spostamenti”* espresso in forma matriciale con limitazione sul segno degli sforzi interni e delle reazioni vincolari. Prenderà il nome di *“metodo dell'inversa generalizzata”* se, per la risoluzione

⁵ Di Pasquale S., *“Restauro dei monumenti e questioni sismiche”*, Atti del Convegno di Ingegneria Antisismica e Protezione Civile, Ragusa, 1981

⁶ Briccoli-Bati S., Paradiso M., Tempesta G., *“Sul calcolo degli archi in muratura”*, Atti del Dipartimento di Costruzioni, Firenze, 1992

di una struttura unilatera, governata da una matrice di equilibrio $[A]$ rettangolare bassa (il numero delle incognite statiche è superiore al numero delle equazioni di equilibrio), data l'iperstaticità del problema, viene fatto uso della matrice inversa generalizzata di Moore⁷-Penrose⁸ per ottenere da $[A]$ una matrice che sia quadrata ed invertibile; prenderà invece il nome di “metodo delle distorsioni” se viene fatto uso di distorsioni impresse da inserire in certe sezioni piuttosto che in altre per “compensare” quegli sforzi di trazione che non sono compatibili con le prestazioni del materiale; infine potremmo ancora chiamarlo “*metodo della rigidezza variabile*” se osserviamo che ad ogni passo di questo procedimento iterativo viene, in un certo senso, eliminato un vincolo teso; condizione che fa variare continuamente la matrice di rigidezza della struttura.

Il metodo delle distorsioni proposto dal Prof. Di Pasquale riconduce il problema, per certi aspetti, all'interno degli schemi di calcolo classici della scienza delle costruzioni: considera la struttura inizialmente elastica e successivamente irrigidita a poco a poco sempre di più attraverso l'inserimento delle distorsioni nelle sezioni tese. In questo modo il set completo delle equazioni matriciali è di due tipi: un primo sistema di equazioni di tipo statico impone il soddisfacimento delle equazioni di equilibrio, il secondo sistema è costituito dalle equazioni di congruenza che, per rendere ancora una volta omaggio al Prof. Di Pasquale, chiamiamo come era solito fare lui nelle sue lezioni, equazioni elasto-cinematiche. In queste ultime equazioni introduce le distorsioni impresse come correttivo dei termini noti; tali distorsioni sono da interpretarsi come “*le fratture che il solido murario esplica per liberarsi dagli stati di sforzo incompatibili con la sua resistenza fisica e meccanica*”.⁹ Tale fenomeno può essere letto come manifestazione dello schema reagente e trova giustificazione nel modello citato che “*contiene, potenzialmente, tutte le possibili fratture, nel senso che la sua costituzione è tale che le parti che lo compongono*

⁷ E.H. Moore, “*General Analysis*”, Part. I, Mem. Amer. Philos. Soc., I, pag. 197-209, 1935

⁸ R. Penrose, “*A generalized inverse for matrices*”, Proc. Cambridge Philos. Soc., pag. 406-413, 1955

⁹ Di Pasquale S., “*Statica dei solidi murari: teoria ed esperienze*”, Pubbl. N° 27, Dipartimento di Costruzioni, Università di Firenze, 1984

*possono conservare o meno – e ciò dipende appunto dallo stato di sforzo puntuale – il mutuo contatto... E' chiaro che a tensioni principali entrambe negative corrisponde il mantenimento del contatto nelle due corrispondenti direzioni; a tensioni principali negativa l'una, nulla l'altra, corrisponde il mantenimento del contatto sulla direzione lungo la quale si trasmette compressione e possibilità di distacco nella direzione ortogonale; a tensioni principali entrambe nulle corrisponde la possibilità di distacco secondo generiche direzioni...*¹⁰ Questo è anche il significato fisico dei coefficienti contenuti all'interno della matrice delle distorsioni.

Lo stesso Di Pasquale ricorda che il suo modo di procedere non differisce poi molto dal modo di procedere di Castigliano: *“le correzioni sulla forma dell'arco, per successive eliminazioni delle parti non reagenti, sono esattamente le stesse correzioni da apportare alle distorsioni impresse, in un procedimento di successive approssimazioni, per determinare quelle effettive”*.¹¹ L'analogia, in realtà, è solo formale, ossia nell'uso di un metodo iterativo: infatti il metodo proposto da Castigliano interviene sulla “forma” della struttura, quello di Di Pasquale agisce sulle equazioni di compatibilità, *“aggiungendo a secondo membro dei termini distorcenti, concettualmente aggiunte di materiale laddove si creano fratture”*.¹²

E' con riferimento al *teorema di Colonnetti (1886-1968)*¹³ e al *Principio di Sovrapposizione degli Effetti*, infatti, che è possibile trovare la soluzione di una struttura in muratura pensandola in partenza costituita di materiale standard e poi a poco a poco corretta attraverso le distorsioni. Colonnetti afferma che è possibile modificare la soluzione di una struttura iperstatica introducendo delle opportune distorsioni, ovvero sovrapponendo gli effetti delle tensioni di esercizio dovute ai carichi o ai cedimenti con le

¹⁰ Ibidem

¹¹ Ibidem

¹² Ibidem

¹³ Gustavo Colonnetti, *“Scienza delle Costruzioni”*, Torino, 1955

coazioni prodotte dalle distorsioni. In generale possiamo definire “distorsioni” qualsiasi causa, che non sia una forza, capace di generare delle deformazioni e quindi delle tensioni dette coazioni. Esempi tipici di distorsioni utilizzate per “interventi di consolidamento attivo” sono le catene negli archi, la cerchiature dei pilastri e delle colonne, una variazione termica, un cedimento vincolare... Le distorsioni introdotte dal Di Pasquale sono in realtà di tipo numerico: sono uno strumento utilizzato per “pilotare” la soluzione standard verso quella unilatera, che come lui stesso ci ricorda possono essere interpretate come dei cunei di legno o di malta da inserire nelle fratture per ripristinare la continuità del materiale.

Secondo la notazione matriciale, il metodo numerico può essere espresso dunque nella forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} AX + F = 0 \\ A^t x + KX = 0 \end{array} \right. \quad (a) \quad + \quad \left\{ \begin{array}{l} AX' = 0 \\ A^t x' + KX' = \text{DIST} \end{array} \right. \quad (b)$$

Il sistema (a) corrisponde alla reale struttura da analizzare, soggetta alla condizione di carico assegnata $\{F\}$, il secondo corrisponde alle distorsioni $\{\text{DIST}\}$ incognite introdotte per modificare la soluzione standard. La matrice $[K]$ è in entrambi i casi la matrice di deformabilità dei vincoli utilizzati per modellare i giunti di malta.

Se l’arco risulta costituito da “n” conci e “n+1” interfacce, la forma ((a) + (b)) costituisce un sistema di “3n+3m” equazioni in “3n+6m” incognite. Un problema rettangolare che per essere risolto ha bisogno di ulteriori condizioni, che derivano dal fatto che il vettore delle distorsioni non è un vettore arbitrario. Deve infatti essere scelto con un criterio ed il criterio è il rispetto delle ipotesi di Heyman, e cioè deve essere tale da:

- annullare le deformazioni elastiche nelle direzioni del taglio (infinita resistenza al taglio dovuto alla presenza dell’attrito)

- annullare ogni possibilità di compenetrazione di materiale nella direzione delle bielle reagenti a sforzo normale
- annullare gli sforzi nelle bielle eventualmente tese.

Per giungere alla soluzione del problema si procede per via iterativa: si parte da una configurazione (X, x) di tentativo, corrispondente alla soluzione standard della forma (a) e riaggiornando il vettore $\{DIST\}$ in funzione della configurazione sforzi - spostamenti ottenuta al generico step.

Un problema di questo tipo risulta, da un punto di vista matematico, complesso da risolvere, dovendo fare uso di tecniche di programmazione quadratica (Q.P.). E' per questo che è stato proposto un metodo di soluzione alternativo, che fa uso delle inverse generalizzate, sia nel caso del modello elastico-fessurante, sia nel caso del modello rigido-fragile.

Il metodo dell'inversa generalizzata, invece, semplifica il problema in quanto considera in prima istanza rigidi non solo i conci ma anche i giunti di malta: per questo motivo è possibile anche parlare di conci assemblati a secco, ossia senza interposizione del legante. Tanto è vero che negli edifici storici il ruolo della malta è di certo aleatorio: spesso le malte aeree utilizzate per il collegamento dei laterizi e delle pietre col tempo si sono idratate e si sono sfarinate, rendendo il loro ruolo praticamente inutile e comunque dubbio. E' quindi lecito, ed a vantaggio di sicurezza, non porre affidabilità sul loro contributo all'interno della costruzione. Questo modo di formulare il problema si inserisce chiaramente nei termini di un'analisi limite: la soluzione ottenuta, se esiste, corrisponde ad una configurazione di equilibrio che può definirsi come quella di minima norma tra tutte le infinite soluzioni numericamente pari al grado di iperstaticità.

Se invece si desidera ricercare anche l'effettivo stato di sollecitazione di una struttura ad arco in muratura, il modello rigido-fragile non è più sufficiente per descrivere il problema

e pertanto può essere sostituito con quello elastico-fessurante, il quale tiene conto della elasticità dei giunti di malta, pur conservando come rigidi i conci della struttura.

Il modello rigido-fragile dichiara rigidi sia i conci sia i giunti: è pertanto obbligatorio perseguire la soluzione esclusivamente attraverso la scrittura di equazioni di equilibrio. Ogni giunto è un vincolo di incastro interno, che viene descritto come un triplo pendolo: due bielle ortogonali alla sezione sono poste all'intradosso e all'estradosso per misurare lo sforzo di compressione che i conci si trasmettono e una biella tangente alla sezione stessa per misurare l'entità del taglio.

Il modello elastico-fessurante, invece, prevede ancora che i conci si comportino come elementi rigidi ma considera elasticamente deformabili i giunti di malta a compressione, fessuranti a trazione. Per questo motivo si definisce un modello ad elasticità concentrata. Per meglio apprezzare la deformazione della struttura soggetta a carichi e/o a cedimenti e per poter descrivere qualitativamente e quantitativamente l'ampiezza delle fratture che si innescano, il modello di interfaccia viene potenziato: il vincolo di incastro interno diviene adesso costituito da un treno di bielle da sforzo normale e da una oppure da un treno di bielle tangenziali. La soluzione di questo modello passa anche attraverso il set di equazioni elasto-cinematiche, essendo considerata l'elasticità dei giunti. Pertanto la soluzione che si ottiene non è solo una di equilibrio, ma è anche l'unica equilibrata e congruente.

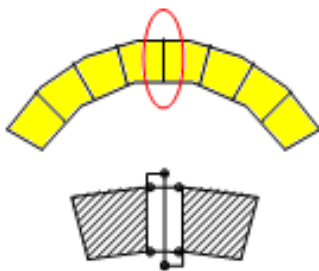
La figura successiva descrive sinteticamente i due modelli:

MODELLO RIGIDO-FRAGILE

CONCI RIGIDI CON INTERFACCE FESSURANTI

- 1) La malta ha comportamento rigido e si lesiona per trazione
- 1) I mattoni (conci) sono rigidi

SCHEMA



2 BIELLE DA **N**
1 BIELLA DA **T**

SISTEMA RISOLVENTE

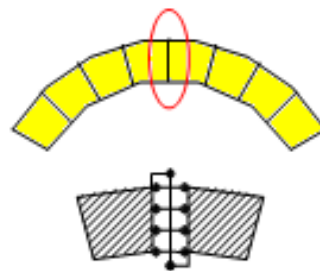
$$\begin{cases} \mathbf{AX} = \mathbf{F} \\ X \geq 0 \text{ (Ipotesi: positiva la compressione)} \end{cases}$$

MODELLO ELASTICO-FESSURANTE

CONCI RIGIDI COLLEGATI DA VINCOLI DEFORMABILI E FESSURANTI

- 2) La malta ha comportamento elastico (si deforma se compressa, si lesiona se tesa)
- 3) I conci sono rigidi

SCHEMA



TRENO DI BIELLE DA **N**
1 BIELLA DA **T**

SISTEMA RISOLVENTE

$$\begin{cases} \mathbf{AX} = \mathbf{F} \\ \mathbf{A}^t \mathbf{x} + \mathbf{KX} = \mathbf{D} \\ X \geq 0 \end{cases}$$

**PORTANO ALLA SOLITA
SOLUZIONE
QUALITATIVA...**

La soluzione generale del problema è data quindi da:

$$X = X_0 + X_N$$

Dove X_0 rappresenta la soluzione standard e X_N la soluzione particolare da formulare in maniera tale da soddisfare la condizione sul segno.

In particolare, per il modello rigido-fragile, la soluzione di partenza è fornita dall'uso dell'inversa generalizzata della matrice $[A]$, scelta, tra le possibili inverse generalizzate, come quella di minima norma; per cui si ha:

$$X_0 = A^T (AA^T)^{-1} F$$

$$X_N = (I - A^T (AA^T)^{-1} A) D$$

Nel caso invece di vincolo elastico-fessurante la soluzione iniziale è quella relativa al materiale elastico lineare bilatero, per cui si ha:

$$X_0 = K^{-1} A^T (AK^{-1} A^T)^{-1} F$$

$$X_N = (I - K^{-1} A^T (AK^{-1} A^T)^{-1} A) D$$

In entrambi i casi il vettore della soluzione iniziale X_0 può essere già tale da soddisfare la condizione sul segno. In tale caso la soluzione del materiale unilatero coincide con quella del materiale bilatero equivalente e pertanto la struttura risulta stabile rispetto alla condizione di carico assegnata.

Se invece alcune componenti del vettore X_0 risultassero negative (cioè di trazione), tale vettore deve essere modificato per poter soddisfare le condizioni di segno che descrivono la natura del materiale. Per procedere secondo questa strada, è necessario formulare il vettore delle distorsioni D tale che:

$$X_N = CD$$

con:

$$C = (I - A^T (AA^T)^{-1} A)$$

nel caso rigido-fragile

$$C = (I - K^{-1} A^T (AK^{-1} A^T)^{-1} A)$$

nel caso elastico-fessurante

X_N è la soluzione del cosiddetto sistema omogeneo associato, ossia il sistema risolvibile di una struttura uguale a quella oggetto di analisi, pensata però senza i carichi $\{F\}$ e soggetta alle sole distorsioni $\{D\}$.

La matrice $[C]$ è una matrice di proiezione ortogonale che corrisponde alla matrice delle distorsioni proposta dal Di Pasquale.

La tecnica numerica proposta per ottenere ad ogni iterazione il giusto vettore delle distorsioni per valutare poi di conseguenza il vettore soluzione aggiornato, è la seguente:

- si estrae da X_0 il sottovettore di ordine 1: $X_0^{(1)}$, costituito dalla componente s' ;
- si estrae da C la sottomatrice $C^{(1)}$, di dimensioni 1×1 , costituita dalla componente $c(s', s')$;
- si determina il vettore di compensazione, di ordine 1, dato da:

$$D^{(1)} = - C^{(1)-1} X_0^{(1)}$$

- si riconfigura il vettore D attraverso il valore di $D^{(1)}$, determinando il nuovo vettore soluzione:

$$X^{(2)} = X_0 + C D^{(1)}$$

Al passo 2 l'unica componente di $D^{(1)}$ diversa da zero corrisponde alla componente s' di compensazione.

A questo punto se $X^{(2)}$ denuncia ancora componenti negative, occorre aumentare di 1 l'ordine del sottovettore, che quindi diventa 2 al passo 3 e ripetere il procedimento che stavolta interesserà la componente s' individuata al passo precedente e la componente s'' scelta ancora come la più negativa fra tutte quelle minori di zero.

Il procedimento è rapido perché consente un numero di step preciso: essi al massimo possono essere 4 (soluzione standard più tre iterazioni) nel caso di modello rigido-fragile.

Poiché infatti l'annullamento dello sforzo in una biella corrisponde alla formazione di una cerniera in intradosso o in estradosso, il numero delle cerniere non può essere maggiore di tre perché l'arco si trasformerebbe in un meccanismo.

Generalizzando il metodo alla soluzione di strutture generiche a vincoli unilateri, anche nel caso del modello elastico-fessurante, è evidente che il numero di iterazioni non può superare il grado di iperstaticità della struttura.

Raggiunta la convergenza, la soluzione X è tale da contenere solo coefficienti positivi (di compressione) o al massimo nulli. La non convergenza del procedimento iterativo denuncia che fisicamente, in dipendenza dell'azione esterna agente sulla struttura, non esiste una configurazione equilibrata che rispetti le ipotesi sul materiale: dunque la struttura è instabile.

Per ricavare infine gli spostamenti dei baricentri dei conci, e quindi risolvere il problema cinematico, è indispensabile riflettere sul fatto che la soluzione statica ottenuta è riferita ad una struttura non deformata ma fratturata: pertanto non è possibile ricavare gli spostamenti secondo le usuali leggi della scienza delle costruzioni che si riferiscono allo studio di un materiale bilatero. La modalità operativa proposta per aggirare il problema consiste nel ripartire da capo, recuperando l'equazione matriciale elasto-cinematica nella forma:

$$A^T \bar{x} + KX = 0$$

E partizionando infine le matrici $[A^T]$ nelle sottomatrici $[A_t^T]$ e $[A_c^T]$ e la matrice di deformabilità $[K]$ in $[K_t]$ e $[K_c]$. Risolvendo il sistema così proposto si ricava il vettore degli spostamenti che assume la notazione matriciale:

$$\bar{x} = -(A_c A_c^T)^{-1} A_c K_c X_c$$

Sempre invocando la condizione di compatibilità è anche possibile ricavare il vettore che descrive l'ampiezza delle fratture nei giunti lesionati:

$$\bar{\Delta}_2^{**} = A_t^T \bar{x}$$

Gli algoritmi studiati, sia per il caso del giunto rigido-fragile che per quello elastico-fessurante, possono meglio essere descritti ricorrendo ai seguenti diagrammi di flusso convenzionali:

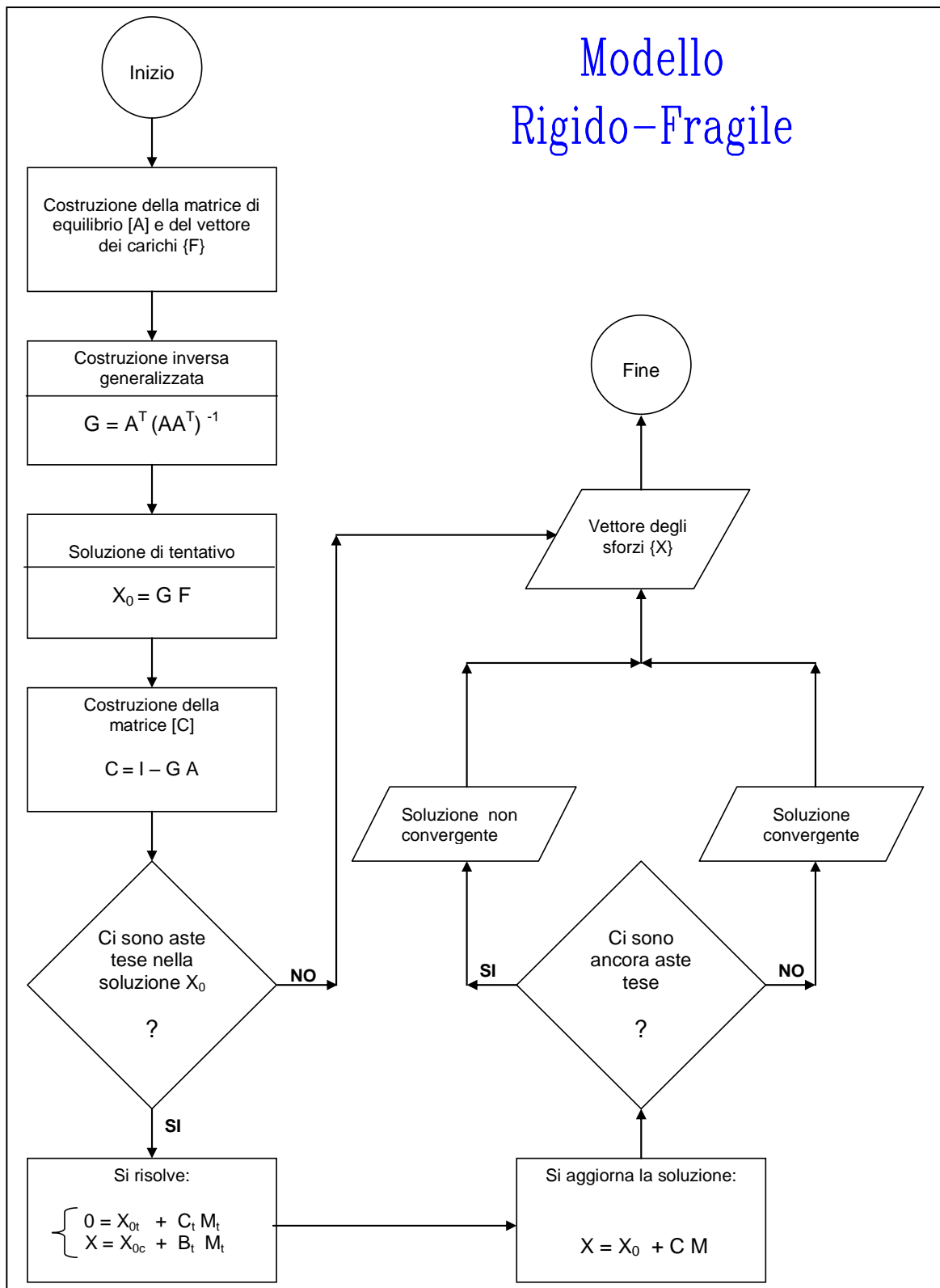


Fig.9 – Strutture a vincoli unilateri con giunti rigido-fragili: diagramma di flusso convenzionale.

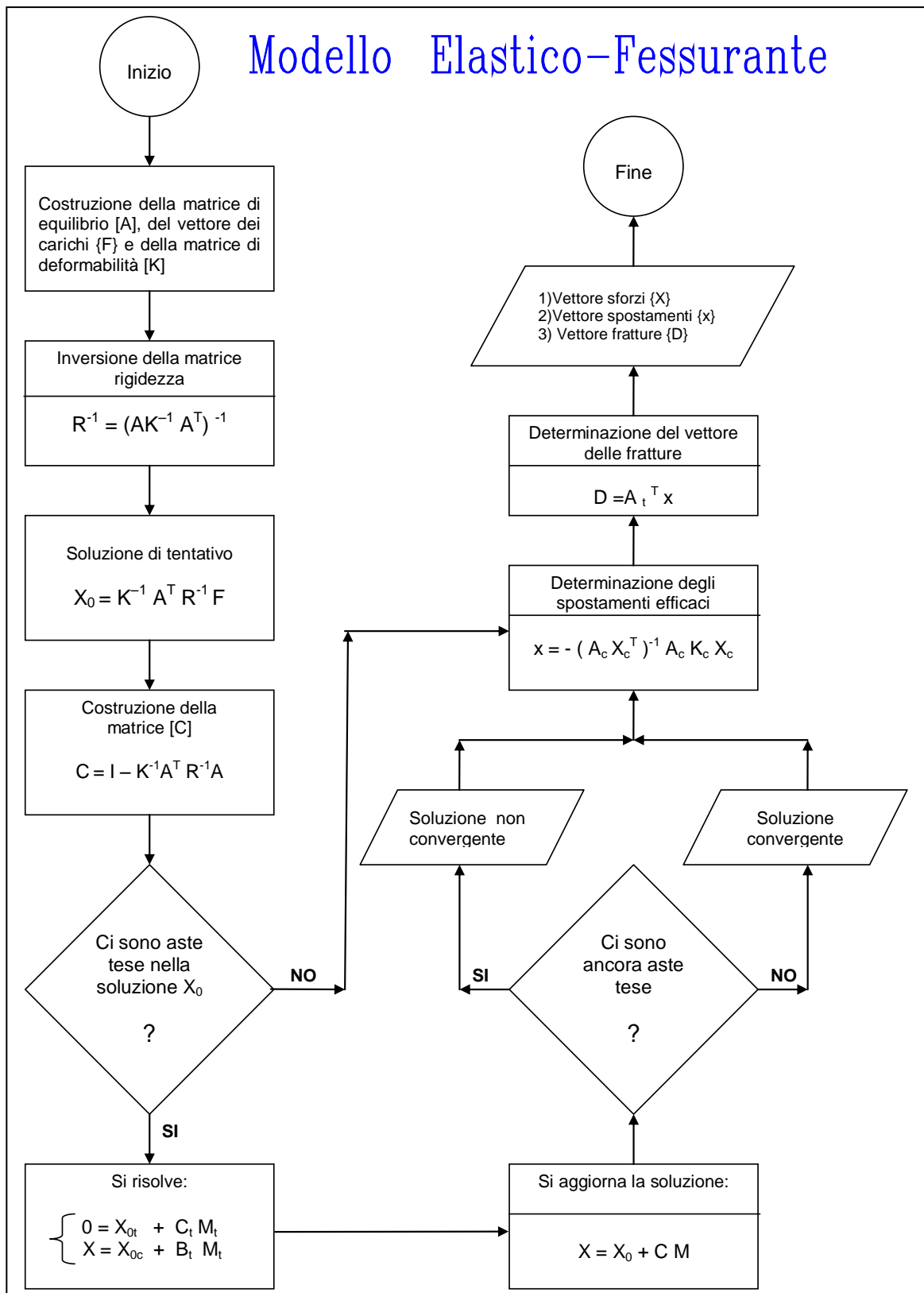


Fig.10 – Strutture a vincoli unilateri con giunti elastico-fessuranti: diagramma di flusso convenzionale.

CAPITOLO 2

2.1. I MATERIALI COMPOSITI FIBRO-RINFORZATI: GENESI E CAMPI DI APPLICAZIONE.

Questa categoria di materiali è stata utilizzata in passato quasi esclusivamente nel campo delle costruzioni aeronautiche ed aerospaziali, senza diffusione in altri settori, a causa del suo elevato costo rispetto ai materiali tradizionali. Come esempio può essere citata la sonda spaziale *Pathfinder*, lanciata dalla base NASA di Cape Canaveral il 4 dicembre 1996, e atterrata su Marte il luglio 1997, che, dopo aver percorso 497 milioni di chilometri nello spazio, racchiude, nella sua forma tetraedrica, rivestita da una pellicola protettiva, una struttura realizzata interamente in materiali compositi (fibra di carbonio e kevlar), grazie ai quali vanta un peso irrisorio di 801 kg (895 kg con il carburante) per un'altezza di appena 90 centimetri. Leggerezza e resistenza erano infatti requisiti essenziali per la missione spaziale. Anche l'attuale rivoluzionario velivolo *Centurion*, che sta compiendo i primi voli sperimentali, abbina leggerezza ed efficienza aerodinamica, essendo strutturato come il suo predecessore.

Successivamente i suddetti materiali sono stati utilizzati anche in altri campi, come nel settore automobilistico da competizione, in quello ciclistico e nel settore nautico.

Infine, da qualche decennio, si è assistito al loro ingresso anche nell'edilizia, grazie all'abbattimento dei costi dovuto alle nuove tecniche di produzione quali la laminazione e la pultrusione.

Nelle costruzioni civili il promettente impiego degli FRP copre principalmente tre categorie di funzioni:

- struttura interamente in composito (travi, pannelli, gusci)
- armatura di materiali tradizionali (calcestruzzo, muratura, legno)
- rinforzo di elementi strutturali esistenti di varia tipologia e materiale.

I compositi che assolvono la prima funzione sono generalmente dei profilati pultrusi, leggeri, resistenti e sufficientemente rigidi: vengono utilizzati a tutti gli effetti per la realizzazione di strutture portanti intelaiate; pertanto il loro comportamento richiama quello delle strutture fatte con materiali tradizionali (acciaio, cemento armato, legno) e da questo punto di vista non offrono molto interesse per la ricerca, essendo il loro ruolo definito dalle ben note leggi della Scienza delle Costruzioni. Semmai l'impegno maggiore è orientato a risolvere il problema delle connessioni. I compositi forgiati a lastra o a guscio, invece, possono essere interpretati come l'evoluzione delle classiche applicazioni nei settori aeronautico, navale e automobilistico. Cominciano infatti a fare le loro prime apparizioni ponti ed unità abitative interamente in composito.

Nella seconda categoria sono invece predominanti barre e reti, utilizzate per armare travi e pareti di calcestruzzo o muratura o per collaborare strutturalmente con il legno.

La terza categoria rappresenta invece quella più interessante: questi materiali innovativi con le loro tecnologie si stanno diffondendo ormai velocemente. Numerosi sono infatti in Italia gli interventi di ripristino di strutture danneggiate o deteriorate (dal tempo, dall'usura, dall'uso, dai terremoti), di consolidamento statico, di rinforzo di elementi integri e di miglioramento strutturale per gli edifici in zona sismica.

Un esempio molto significativo, meritevole di essere in questa sede menzionato, è senz'altro il consolidamento e restauro della basilica di San Francesco d'Assisi¹⁴ condotti a seguito delle scosse del terremoto che nella notte del 26 settembre 1997 colpì l'Umbria

¹⁴ Croci G., *"Conservazione e restauro strutturale dei beni architettonici"*, UTET, settembre 2001, pp. 383-418

e che, reiterandosi poche ore dopo e presentandosi nuovamente con nuove scosse il 7 ottobre, provocò seri danni alla facciata del timpano del transetto sinistro e il crollo di due volte a crociera della basilica superiore, quella di facciata e quella di connessione col transetto.



Fig.11 – *La Basilica di San Francesco ad Assisi: uno splendido intervento di consolidamento delle volte danneggiate dal sisma grazie all'impiego di materiali compositi in fibra aramidica.*

La motivazione per la quale, gli elementi più danneggiati fossero stati proprio quelli risiede, come sempre, nel fatto che le lesioni si sviluppano lungo le strade più facilmente percorribili, quelle cioè caratterizzate da minor resistenza o da maggior rigidità; come infatti ricorda il Prof. Giorgio Croci, il transetto sinistro si trova in una posizione sfavorevole rispetto a quello destro, il quale infatti è stato solo superficialmente danneggiato senza presentare crolli. L'orientamento a sud lo ha esposto senza dubbio alle variazioni termiche, alla pioggia battente e ai venti; fattori questi che possono avere nel tempo deturpato la consistenza materica del paramento murario, inficiando sugli stati interni di coesione: il paramento, così sconnesso, colpito dalle azioni orizzontali prodotte dal sisma, non è stato in grado di trovare più un legante capace di resistere e si è sconnesso, crollando sul tetto della cappella sottostante producendo seri danni agli

affreschi e alle opere d'arte ivi contenute. Delle quattro volte gotiche della navata, quelle crollate sono solo la prima e l'ultima: la spiegazione può essere rinvenuta nel fatto che sono le uniche irrigidite da elementi significativi quali la facciata ed il transetto.

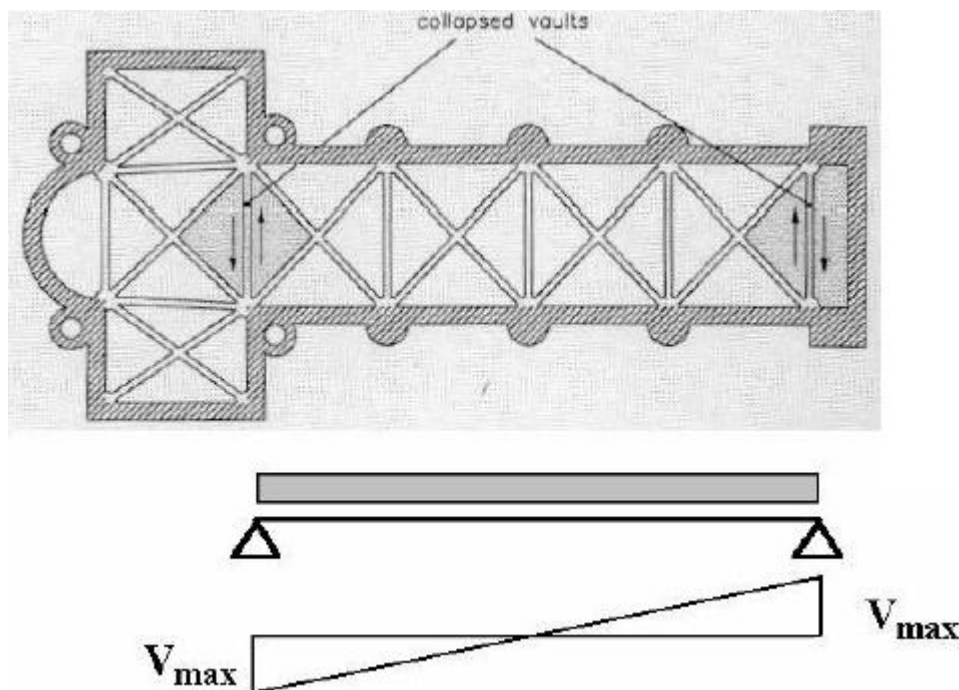


Fig.12 – *La Basilica di San Francesco ad Assisi: le volte crollate sono quelle in corrispondenza di strutture più rigide che non le hanno fatte deformare come quelle intermedie.*

A tutto ciò deve essere aggiunta la considerazione che queste volte erano state col tempo sovraccaricate da materiali di risulta, quali quelli dovuti a precedenti rifacimenti del tetto. Sottolineando che tali volte, in accordo alla tecnica costruttiva tipica dell'architettura gotica, sono realizzate da un'ossatura portante, gli arconi diagonali o costoloni, che sostiene, come carico morto e quindi non collaborante, le quattro lunette, senza collegamento, si capisce che scossa dopo scossa, con alternanza del verso del sisma, si sono prodotte sugli arconi delle deformazioni permanenti: non era possibile così per la struttura recuperare la forma originaria quando arrivava la scossa di verso opposto in quanto quel materiale di riempimento, con la sua presenza, non lo consentiva. La perdita della curvatura delle volte è quindi la causa principale del loro crollo.



Fig.13 – *La Basilica di San Francesco ad Assisi: foto che mostra il crollo della volta gotica adiacente al transetto.*

Il progetto di rinforzo scelto ed adottato per le volte è molto interessante: il criterio è stato quello di ‘dotarle’ di resistenza a trazione, che la muratura per sua natura non possiede e di renderle più deformabili ma nel contempo limitare gli spostamenti in caso di azioni sismiche. A tal scopo è stato concepito un sistema di nervature collegate all’estradosso in materiale composito fibrorinforzato (con anima in legno), disposte planimetricamente secondo una geometria strutturale tipica delle volte gotiche a stella (figlie della volta a crociera), poi ancorate alla struttura del tetto con tiranti molleggiati. Le direzioni di rinforzo sono infatti molteplici: le nervature sono state disposte lungo gli archi diagonali, sulle vele, lungo la chiave delle volte in direzione longitudinale e trasversale, sugli archi trasversali che scandiscono le campate della navata. Una semplicistica lettura stratigrafica delle nervature in composito di rinforzo può essere la seguente: strato di tessuto in fibra aramidica incollato alla superficie estradossale con adesivi epossidici; barre piatte in fibra aramidica incollare al tessuto sottostante; nuovo strato di tessuto aramidico; strato di legno compensato atto a costituire l’anima del rinforzo; poi di nuovo un tessuto uguale a quelli precedenti, un altro strato di barre piatte in fibre di vetro, infine lo strato conclusivo di tessuto in fibre aramidiche.

Tipiche applicazioni dei materiali compositi come elementi di rinforzo sono rappresentate dalla tecnologia del wrapping (fasciatura) adottata per il confinamento delle colonne, e da quella di placcaggio con tessuti per il rinforzo flessionale e a taglio delle travi. Vengono rinforzati sia pannelli murari, per resistere alle azioni dentro e fuori dal proprio piano, che elementi strutturali a semplice e doppia curvatura (archi, volte, cupole); in quest'ultimo caso lo scopo principale è quello di inibire la formazione di cinatismi tali da comprometterne la stabilità degli elementi stessi.

Le due succitate tecnologie fanno lavorare la parte rinforzata in maniera differente e l'esito dell'intervento è funzione, nel primo caso, della tensione radiale di contatto che le fibre tese trasmettono alla struttura incamiciata, sì da conferirgli maggiore duttilità e innalzando così il valore del carico sopportabile; nel secondo caso invece va riposto pieno affidamento nella collaborazione tra rinforzo e substrato, che si esibisce sia attraverso le tensioni tangenziali di contatto sviluppatesi nell'aderenza tra due materiali diversi, per mezzo della giunzione adesiva che li tiene uniti, sia per le tensioni normali di trazione o di compressione (peeling) ortogonali alla superficie di aderenza che si manifestano nel solo caso in cui il substrato sia definito da una geometria curvilinea. Questa tecnologia rievoca un po' il comportamento del legno lamellare, attraverso il quale si possono ottenere elementi strutturali molto lunghi ed alti, atti a coprire grandi luci superando i limiti dimensionali del legname da cui provengono. Nel legno lamellare, le lamelle o tavole vengono giuntate tra di loro; questo collegamento veniva effettuato in passato, dapprima, attraverso l'uso di bulloni passanti, poi con la tecnologia delle biette, oggi invece facendo uso di collanti sintetici ad alta resistenza. Il risultato è un elemento strutturale composito con lunghezze e caratteristiche di resistenza meccanica superiori a quelle del legno massiccio da cui provengono, proprio come avviene oggi giorno con i 'materiali compositi avanzati' (FRP) ed anche così come un corpo rinforzato assume caratteristiche superiori se paragonate a quelle del corpo originario. Nel legno lamellare

infatti le qualità conseguite provengono dalla opportunità di scelta delle tavole e dalla eliminazione di tutti i difetti insiti nel materiale di base non meno che dall'uso di collanti sintetici ad alta resistenza.

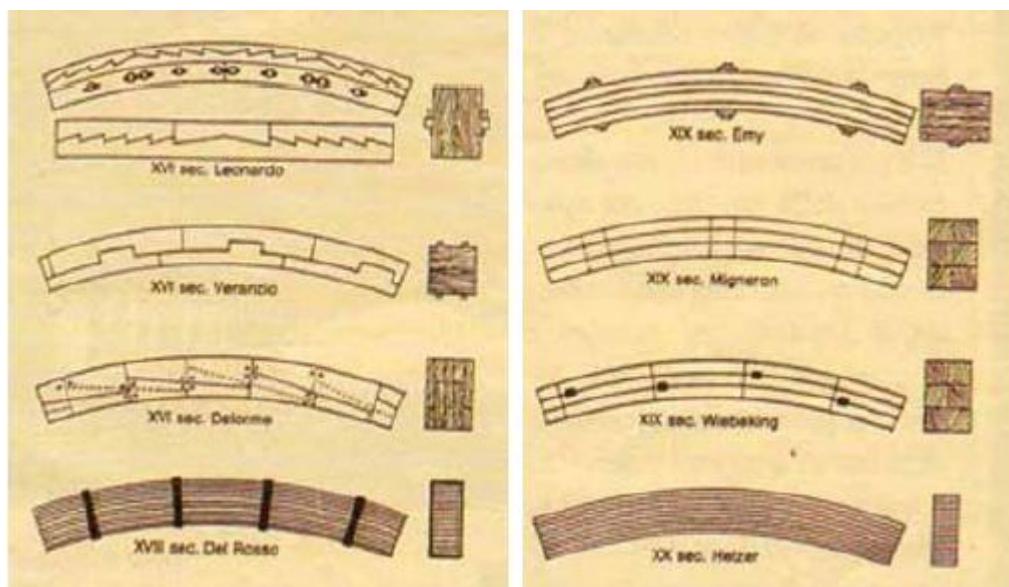


Fig.14 – *La tecnologia del legno lamellare: un modello di riferimento per la nascita e la diffusione dei materiali compositi innovativi.*

Il vero riferimento archetipo, da cui ha tratto spunto la tecnologia del placcaggio di un elemento strutturale con nastri in composito fibro-rinforzato, può essere però rinvenuto più propriamente nella tecnica del ‘bèton plaqué’: questa prevede l’impiego di ferri piatti in acciaio che, incollati su strutture in cemento armato, anche precompresso, mediante resine epossidiche, costituiscono un’integrazione dell’armatura ordinaria consentendo incrementi di resistenza. Il punto chiave, nodo essenziale per la buona riuscita di tale applicazione, è la necessaria attenzione che deve essere rivolta all’interfaccia di contatto costituita dalla resina epossidica, responsabile di trasmettere le tensioni tangenziali dal supporto al materiale di rinforzo.

Ma mentre nel settore edile l’utilizzo dei materiali compositi vanta oggi un rapido sviluppo applicativo, grazie ai costi ormai abbattuti e alla rapidità di esecuzione degli interventi, le metodologie di calcolo non sono ancora del tutto affinate e raccolte in norme.

2.2. PROPRIETÀ DELLE FIBRE, DELLE MATRICI E ADESIVI, E DEL COMPOSITO.

I fibro-rinforzati sono una categoria dei materiali compositi costituiti da tre componenti:

- fibre
- matrice
- adesivo

Mentre le fibre e la matrice sono elementi essenziali per la composizione del rinforzo, l'adesivo è quel componente aggiuntivo che ha il ruolo di collegamento tra il corpo da rinforzare e il composito stesso ('sistema a secco'). Pertanto potrebbe anche non essere presente, o perché la matrice assolve talvolta anche la funzione di colla fra le parti ('sistema ad umido'), o perché le giunzioni degli elementi possono essere realizzate con mezzi meccanici.

E' piuttosto intuitivo che il comportamento strutturale di un corpo rinforzato dipenda, oltre che dalla natura del corpo, anche dalle caratteristiche del composito, e che le caratteristiche del composito dipendono a loro volta da quelle delle fibre e della matrice di cui è composto. E' pertanto necessario descrivere sinteticamente le proprietà dei suoi componenti.

La matrice può essere considerata come un continuo isotropo, almeno nei casi più comuni.

Il rinforzo, invece, è fortemente influenzato dalla direzione delle fibre e pertanto è un materiale anisotropo. Quando però la direzione delle fibre, nel piano del rinforzo, è random, ossia quando queste sono disposte secondo vari assi, si può assumere per il rinforzo un comportamento isotropo, o, per meglio dire, "quasi isotropo".

Di conseguenza il composito è un continuo non omogeneo e anisotropo e pertanto risulta necessario definire il suo “grado di anisotropia” come rapporto fra i valori delle sue proprietà nelle varie direzioni analizzate (come ad esempio il rapporto fra i moduli di elasticità di Young E_1 / E_2 , il rapporto tra il modulo di elasticità normale e quello tangenziale E_1 / G_{12} , tra le tensioni di rottura $\sigma_{R1} / \sigma_{R2}$ e tra i coefficienti di dilatazione termica α_1 / α_2).

Il materiale composito risulta costituito da un supporto di fibre di varia natura (carbonio, vetro, aramide, boro, polivinilalcol...) impregnato in una matrice, generalmente di natura polimerica (resina epossidica, poliestere, vinilestere), altre volte semplicemente malta cementizia. Il corretto accoppiamento matrice-fibre è alla base della buona riuscita del composito e del funzionamento del rinforzo. La matrice infatti ha il duplice compito di collegare e tenere unite le fibre resistenti tra di loro, nonché di assicurare la loro collaborazione all’atto della prestazione. L’adesione fibre-matrice viene garantita, in fase di produzione, dall’impiego di un terzo componente, che, applicato sulla superficie delle fibre, le rende compatibili con la matrice. Questo trattamento superficiale prende il nome di “interfase” e viene definito appunto come ‘compatibilizzante’.

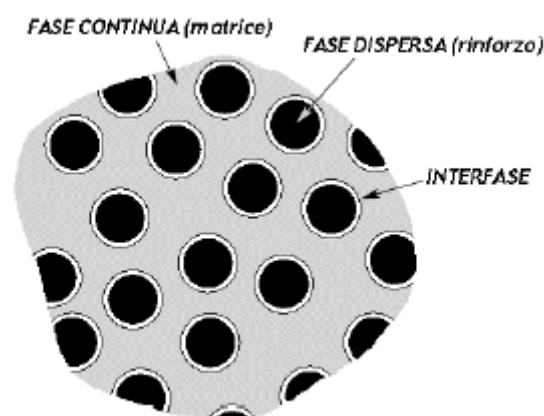


Fig.15 – Il materiale composito fibrorinforzato è costituito da tre componenti di base.

Quale è dunque il comportamento meccanico dei materiali compositi fibrorinforzati, alla luce di quanto sopra esposto?

Abbiamo, nelle pagine precedenti, classificato questi nuovi materiali come eterogenei ed anisotropi: niente di più vero essendo essi costituiti da più componenti ed esibendo proprietà differenti nelle varie direzioni.

Con opportune considerazioni, però, possiamo affermare che, essendo la scala degli interventi di rinforzo sulle strutture una scala macroscopica, ben lontana dalla microstruttura del materiale, è ammissibile pensare che il materiale composito sia in effetti omogeneo. Questa tesi è avvalorata anche dal fatto che le fibre contengono una densità molto bassa di difetti non solo microscopici (dislocazioni) ma anche macroscopici (cricche). In questo modo il problema risulta semplificato in quanto dobbiamo definire le proprietà meccaniche di un materiale omogeneo e anisotropo, che possono essere enunciate attraverso l'analisi di un elemento infinitesimo estrapolato dal corpo, sulle cui facce insistono delle tensioni normali e tangenziali che rappresentano le forze infinitesime di equilibrio create nelle interfacce dalla cesura dal resto del corpo di appartenenza.

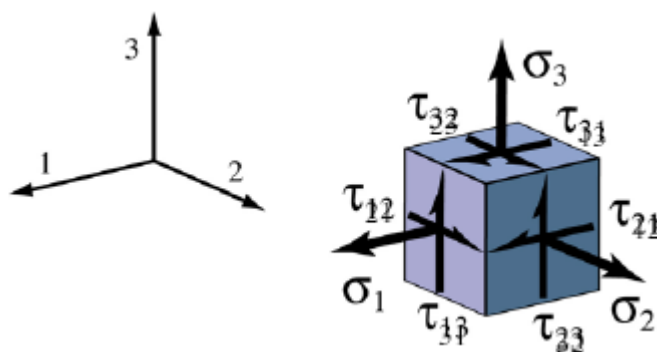


Fig.16 – Analisi di un elemento infinitesimo di materiale composito.

Tali proprietà possono essere espresse dalla legge di proporzionalità di Hooke tra tensioni e deformazioni, o, come di consueto si suole dire, tra stress e strain; si viene così a definire il legame costitutivo che relaziona il tensore degli sforzi col tensore delle deformazioni:

$$\underline{\sigma} = [C] \underline{\varepsilon} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$

Fig.17 – Matrice di rigidezza di un elemento di FRP.

La matrice quadrata di ordine 6 contiene 36 costanti elastiche e rappresenta la matrice di rigidezza dell'elemento considerato. Come noto però, le costanti elastiche indipendenti, data la simmetria della matrice, sono solo 21 e possono essere determinate sperimentalmente in laboratorio attraverso opportune prove di trazione e di taglio.

Il numero di prove da eseguire potrebbe però essere ridotto se il materiale presentasse una qualche simmetria; ebbene, con un po' di attenzione è proprio il caso nostro: si consideri la lamina unidirezionale in figura sotto:

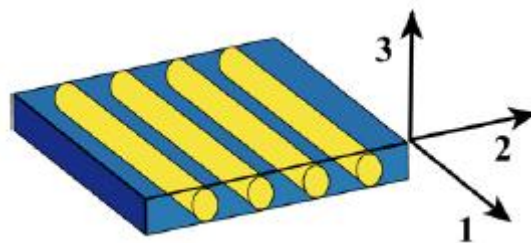


Fig.18 – Lamina unidirezionale di FRP.

Come facilmente intuibile un rinforzo in materiale composito di questo tipo esibirà prestazioni molto differenti nelle due direzioni del proprio piano; ad esempio esibirà alti valori di resistenza a trazione nella direzione 1 e bassissimi nella direzione 2. La disposizione delle fibre in un solo senso evidenzia la forte anisotropia.

Abbandoniamo per un attimo il piano 1-2 e poniamo l'attenzione al piano verticale 2-3, perpendicolare alle fibre: questo è un piano di perfetta isotropia. Alla luce di questa

rivelazione, le 21 costanti elastiche incognite si riducono solamente a 5; così il legame costitutivo può essere aggiornato nella forma:

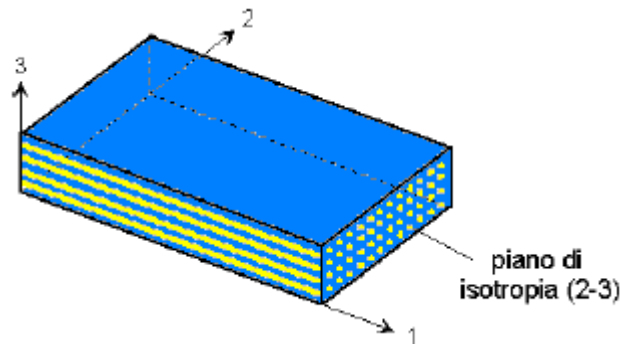


Fig.19 – Lamina unidirezionale di FRP. Osservandola dal giusto punto di vista, appare evidente la sua isotropia nel piano della sezione trasversale.

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}$$

Fig.20 – Matrice di deformabilità di un elemento di FRP.

Sostituendo infine alle costanti elastiche C_{ij} i loro effettivi valori, funzione dei moduli elastici e dei coefficienti di Poisson nelle varie direzioni, ed invertendo la matrice, si ottiene la matrice di deformabilità del materiale che permette di ricavare le deformazioni ϵ quando siano note le tensioni σ :

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_{23})}{E_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix}$$

Fig.21 – Matrice di deformabilità di un elemento di FRP, scritta in funzione delle costanti ingegneristiche.

La definizione delle 5 costanti di cui sopra è funzione della determinazione delle cinque proprietà elastiche E_1 , E_2 , ν_{12} , ν_{23} , G_{12} . Si evince da ciò il comportamento anisotropo del composito, figurando come indici delle costanti i tre assi locali di riferimento del materiale.

Infine, passando dal caso spaziale al caso piano, ossia osservando una lamina piana unidirezionale in stato piano di tensione, la matrice di deformabilità che gestisce il comportamento del materiale assume la forma ridotta:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix}$$

Fig.22 – Matrice di deformabilità di un elemento di FRP, in uno stato piano di tensione.

In questo caso le costanti indipendenti scendono a 4.

Per determinare le 4 costanti elastiche di cui sopra è possibile procedere in due modi differenti:

1. per via sperimentale: eseguendo prove di trazione monoassiale su una lamina costituita da fibre unidirezionali inclinate di un certo angolo rispetto alla direzione della forza esterna. La prima prova viene effettuata assumendo un angolo di 0° , ossia tessitura e forza esterna nella stessa direzione, per ricavare il modulo di elasticità normale E_1 in senso longitudinale (il maggiore) e il coefficiente di Poisson ν_{12} . Assumendo invece un angolo di 90° , ossia disponendo la forza esterna ortogonalmente alla tessitura del composito, otteniamo il modulo elastico E_2 in senso trasversale. Con angoli differenti è possibile inoltre ricavare anche il modulo di elasticità tangenziale.

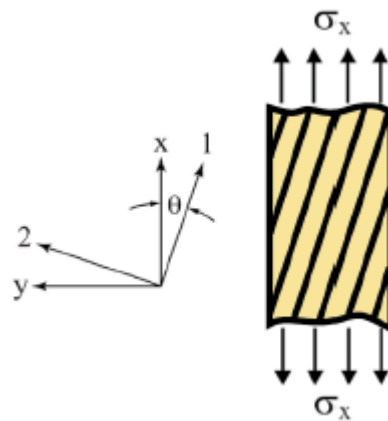


Fig.23 – Prova a trazione per ricavare sperimentalmente le proprietà elastiche del composito.

2. per via analitica: attraverso una modellazione numerica basata sulla “legge delle miscele” (modello micromeccanico Slab Model), è possibile ricavare il modulo elastico E_1 e il coefficiente di Poisson ν_{12} del composito:

$$X_{\text{composito}} = (X_{\text{fibra}}) (\% \text{VOLUME}_{\text{fibra}}) + (X_{\text{matrice}}) (\% \text{VOLUME}_{\text{matrice}})$$

(legge delle miscele)



$$E_1 = (E_{\text{fibra}}) (\% \text{VOLUME}_{\text{fibra}}) + (E_{\text{matrice}}) (\% \text{VOLUME}_{\text{matrice}})$$

$$\nu_{12} = (\nu_{\text{fibra}}) (\% \text{VOLUME}_{\text{fibra}}) + (\nu_{\text{matrice}}) (\% \text{VOLUME}_{\text{matrice}})$$

Così, in funzione delle proprietà di cui sopra, i compositi fibrorinforzati possono essere classificati in:

- monostrato (lamina)
- multistrato (laminato)
- laminati ibridi

Le lamine esibiscono, ovviamente, un comportamento anisotropo, essendo costituite da fibre unidirezionali.

I laminati, invece, si ottengono dalle lamine: una successione stratigrafica di lamine da origine a un laminato. Poiché le lamine, unidirezionali, possono essere sovrapposte con orientamenti diversi, queste danno luogo ad un materiale a comportamento quasi isotropo.

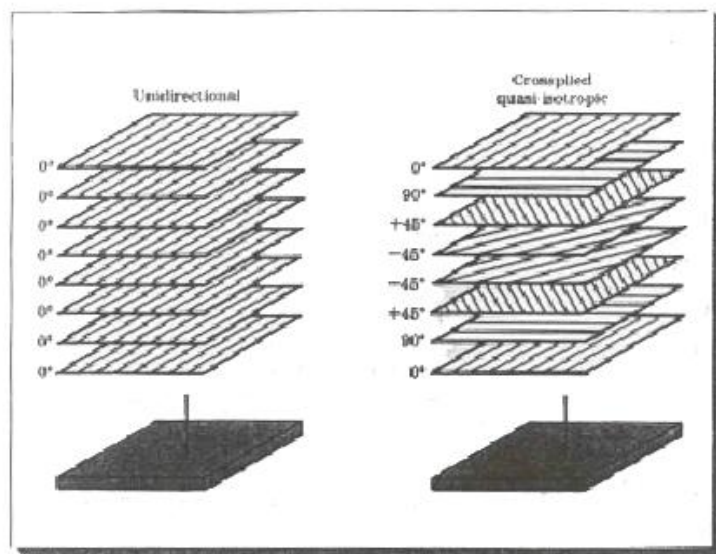


Fig.24 – *Laminati in materiale composito.*

I laminati ibridi, infine, sono una particolare categoria di compositi multistrato formati o da lamine costituite da fibre di natura differente (es.: fibre di carbonio e di aramide impregnate insieme nella stessa matrice epossidica nella stessa lamina) o da una successione di lamine formate alternativamente da fibre di natura differente (es.: strato di fibre aramidiche + resina + strato di fibre di alluminio...)

Le fibre possono anche essere classificate in relazione alla forma nella quale vengono commercializzate, forma necessaria in quanto, essendo costituite da filamenti molto sottili, sarebbero di difficile se non impossibile manipolazione:

- filamento: elemento base di circa 10 μm di diametro, utilizzato per la produzione delle forme successive (filati). Viene classificato attraverso l'uso di una grandezza, il Tex o Titolo, vale a dire l'unità di misura di massa lineare che corrisponde ad 1g per chilometro di fibra



- cavo di filatura (*tow*): fascio costituito da un migliaio di filamenti, raggruppati senza ritorcitura



- filo o filato (*yarn*): filo costituito da fibre raggruppate con ritorcitura



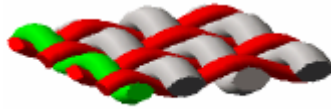
- filo assemblato (*roving*): fascio costituito da fili assemblati parallelamente e senza ritorcitura



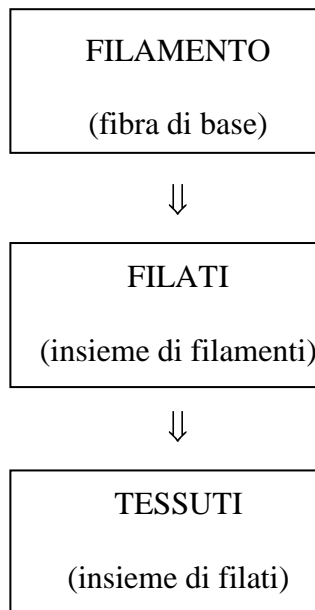
- tape: insieme di tows e yarns, che possono essere o semplicemente affiancati, o cuciti tra di loro o ancora fissati su un supporto.

Tutti questi filati non sono commercializzati come prodotti per rinforzi, in quanto sono la materia prima per realizzare i:

- tessuti (*fabric*) che adempiono a tale scopo.



Nei tessuti si distingue una direzione principale delle fibre, detta ordito, ed una trasversale, la trama. Se la percentuale delle fibre nelle varie direzioni è circa uguale possiamo pensare a un comportamento quasi isotropo, in caso contrario anisotropo.



In funzione, invece, dei processi produttivi dei rinforzi, nonché della conseguente modalità di applicazione in opera, può essere fatta ancora un'altra classificazione:

- sistemi preformati (precured systems)
- sistemi impregnati in situ (wet lay-up systems), o sistemi ad umido
- sistemi preimpregnati (prepreg systems), o sistemi a secco

I sistemi preformati, come si intuisce dal nome, sono costituiti da materiali di rinforzo che posseggono una forma ben definita e pertanto una certa rigidità: si presentano cioè sotto forma di lamine, barre o cavi ottenuti in stabilimento mediante pultrusione o laminazione. Sono quindi esclusi da questa categoria i tessuti, che infatti non sono dotati di rigidità, poiché possono essere piegati o arrotolati.

Se utilizzati per il rinforzo di elementi strutturali esistenti, sono particolarmente indicati per profili uniformi e rettilinei, privi di convessità-concavità e per substrati in ottime condizioni.

I sistemi impregnati in situ sono costituiti da fogli di fibre unidirezionali o multidirezionali, da reti o da tessuti non impregnati nella matrice e per questo motivo detti anche “tessuti secchi”. L’impregnazione di resina avviene direttamente in cantiere da parte di manodopera specializzata durante la fase di montaggio: la matrice assolve quindi in tal caso la duplice funzione di costituente del materiale composito e di adesivo per il collegamento al substrato da rinforzare o da riparare. Le principali tipologie di tessuti secchi sono la tela, la batavia e il raso: differiscono nell’armatura di sostegno delle fibre, sulla quale queste vengono avvolte o intrecciate, formando l’ordito e la trama.

Sono in assoluto il sistema più diffuso grazie alla loro versatilità e alla possibilità di adeguarsi a qualsiasi profilo geometrico anche curvilineo, quale gli intradossi e gli estradossi degli archi e delle volte.

I sistemi preimpregnati, infine, si differenziano dai precedenti semplicemente per il fatto che l’impregnazione dei tessuti non avviene in cantiere ma negli stabilimenti di produzione. Sotto forma di fogli sottili (0.15 mm circa) giungono in cantiere avvolti in rotoli e presentandosi moderatamente appiccicosi sono interposti a strati di film distaccante. L’applicazione in opera è più semplice e non necessita quindi di operai specializzati, poiché è possibile fissarli al substrato sia con adesivi aggiuntivi che senza. La matrice del composito, la resina che tiene unite le fibre, si presenta infatti parzialmente polimerizzata e può essere utilizzata anche per l’incollaggio.

Torniamo adesso al rapporto fibre-matrice per la definizione completa delle proprietà del composito.

Le fibre maggiormente utilizzate nel settore civile sono state fino ad oggi e continuano ad essere le fibre di carbonio. Gli FRP a base di fibre di carbonio vengono denominati con

l'acronimo inglese CFRP (Carbon Fiber Reinforced Polymers). Con queste fibre è possibile ottenere dei compositi di prestazioni molto elevate, essendo caratterizzate da un modulo di elasticità normale e resistenza a trazione molto alti. Poiché il processo produttivo di queste fibre, come precedentemente descritto, si fonda essenzialmente su trattamenti termici ad alte temperature, è possibile agire su queste ultime per ottenere fibre con caratteristiche volute, ora privilegiando il requisito dell'alta resistenza, ora quello dell'elevata rigidità o modulo elastico. Di contro viene evidenziato il loro elevato costo.

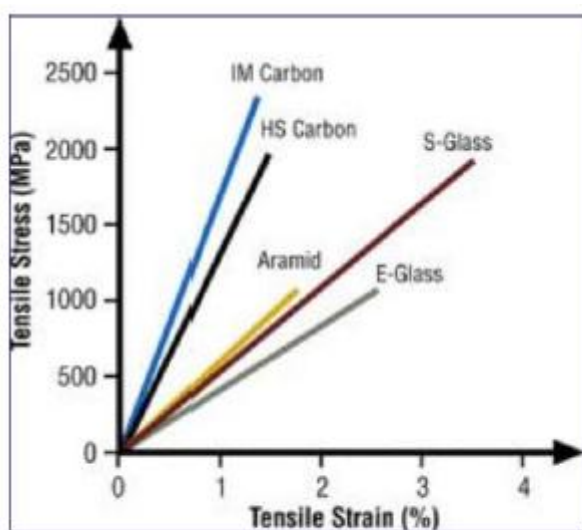
Al secondo posto troviamo le fibre di vetro (acronimo GFRP: Glass Fiber Reinforced Polymers), molto più usate però nel settore navale ed industriale che in quello civile. Nell'edilizia possono essere accoppiate o a matrici polimeriche o a matrici cementizie. Con le fibre di vetro si ottengono compositi di prestazioni medio alte. Spesso sono disponibili in commercio sotto forma di un foglio sottile che prende il nome di mat, il quale può essere costituito sia da fibre lunghe (continue) che corte (discontinue). Le loro proprietà sono leggermente inferiori a quelle di carbonio, sia per quanto riguarda il modulo elastico che per la resistenza a trazione. Si segnala invece il basso costo, l'elevato rapporto resistenza / peso, la buona resistenza al calore e alla corrosione e le proprietà isolanti di cui godono. Di contro un basso modulo elastico ed una bassa resistenza a fatica. Convenzionalmente si suole ulteriormente classificare la tipologia "fibre di vetro" in due importanti sottogruppi: le fibre di vetro "E", isolanti, composte dal 50% di silice, dal 15% di allumina, dal 20% di ossido di calcio, dal 15% di ossido di boro; le fibre di vetro "S", altoresistenziali, composte dal 65% di silice, dal 25% di allumina e dal 10% di ossido di magnesio.

Piuttosto utilizzate sono anche le fibre aramidiche (acronimo KFRP), conosciute negli anni '70 con il nome commerciale di Kevlar, che, rispetto alle fibre di carbonio e di vetro, sono di natura organica ed esibiscono caratteristiche comportamentali intermedie rispetto

alle due precedenti. Se utilizzate come rinforzi strutturali, il tecnico deve porre particolare attenzione al degrado che possono subire per eccessiva esposizione alla luce solare (UV) e all'umidità. Le loro principali caratteristiche riguardano la bassa densità, l'elevata resistenza meccanica a trazione e l'elevato modulo elastico.

Esistono anche tipologie di fibre meno diffuse, quali le fibre di boro e le fibre ceramiche (come ad esempio le fibre di allumina, di silicio e di carburo), ottenute, quelle di silicio (SiC) per decomposizione di precursori polimerici, quelle di allumina (Al_2O_3), per estrusione da composti organometallici. Queste ultime sono molto idonee per applicazioni ad elevata temperatura. Le prime possono lavorare fino a temperature di 2830°C , le seconde fino a 2045°C .

Le caratteristiche meccaniche delle tipologie di fibre sopra elencate sono riportate nel diagramma di comportamento σ - ϵ della figura successiva:



vetro



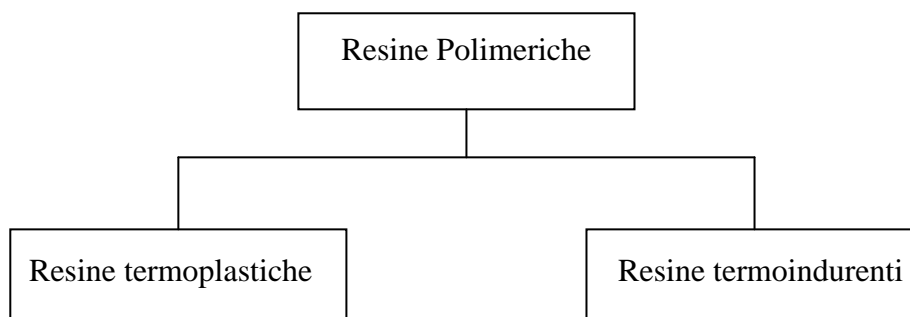
carbonio



Fig.25 – Le fibre sono il principale costituente del rinforzo dei compositi; vengono filate in bobine, come un filo qualunque.

Le matrici che, invece, vengono utilizzate per l'impregnazione delle fibre, sono di vario genere; le più utilizzate per la fabbricazione dei compositi fibrorinforzati sono quelle

polimeriche: in funzione del processo produttivo con cui si legano alle fibre, si suole distinguerle in due gruppi:



Entrambe si basano sulla struttura dei polimeri: il termine “polimero” è una parola composta che deriva dal greco “poli” (molti) e “meros” (unità, parte) e viene utilizzata per definire una sostanza costituita da grosse molecole ottenute dall’unione in catena di molte piccole molecole di una o più specie. I polimeri sono sostanze esistenti in natura: la gomma naturale, alcune resine naturali come ad esempio l’ambra, la cellulosa, le sostanze proteiche.

Il polimero tipico delle resine termoplastiche (*thermoplastic*) può essere immaginato come una serie di lunghe catene di molecole disposte l’una sull’altra e tenute in posizione grazie a forze di attrazione elettrostatica. Aumentando la temperatura, il moto molecolare diviene instabile e veloce tanto che l’attrazione molecolare si spezza e le catene si fondono l’una sull’altra (raffreddamento e saldatura tra molecole). Questa temperatura prende il nome di temperatura di fusione. Al di sopra di questa temperatura il polimero può essere plasmato e modellato nella forma desiderata, fino a quando, una volta raffreddato, il moto molecolare si stabilizza e il polimero manterrà la forma assunta. Questo processo di riscaldamento, formatura e raffreddamento, può essere ripetuto più volte.

Un polimero temoidurente (*thermosetting*) può essere considerato invece come un’unica grande molecola, in quanto le singole catene molecolari sono chimicamente collegate con

quelle adiacenti attraverso legami trasversali (e non attraverso forze di attrazione elettrostatica, come nel caso del polimero termoplastico). Il polimero viene indurito durante la produzione dell'elemento composito tramite una reazione chimica con un catalizzatore in grado di fissare le connessioni trasversali tra le varie catene di molecole. Completato il procedimento, il polimero ha subito una trasformazione irreversibile; pertanto il processo non è ripetibile.

Tra le matrici polimeriche a base di resine termoindurenti le più diffuse sono sicuramente le resine epossidiche, che infatti esibiscono le migliori proprietà adesive, in secondo luogo le resine poliestere e vinilestere, con resistenze meccaniche e proprietà adesive inferiori alle precedenti. Queste resine si presentano liquide o pastose a temperatura ambiente. Vengono utilizzate per reazione chimica con un opportuno reagente che ha lo scopo di polimerizzarle, ossia di reticolarle, trasformandole in un materiale solido vetroso. Questa operazione viene compiuta direttamente in cantiere qualora venga utilizzato un sistema di rinforzo da impregnarsi in situ. Poiché questa reazione può essere accelerata intervenendo sulla temperatura, tali resine vengono definite appunto resine termoindurenti.

In alternativa alle resine termoindurenti, i cui limiti di applicazione sono fortemente definiti dalle basse temperature di esercizio, rappresentate dalla temperatura di transizione vetrosa, e dalla tendenza ad assorbire l'umidità dell'ambiente, possono essere utilizzate anche le cosiddette matrici termoplastiche. La resistenza alle elevate temperature porta di contro all'elevata viscosità che rende problematica l'impregnazione delle fibre, che, come già detto in precedenza, risulta essere requisito essenziale per la buona riuscita del composito.

Per questi motivi la tecnica applicativa sta orientandosi verso l'uso di matrici inorganiche, tra cui non possiamo certo dimenticare quelle cementizie, quelle metalliche e quelle ceramiche.

Le caratteristiche prestazionali delle tipologie di fibre sopra elencate e delle matrici polimeriche, le più utilizzate, in confronto con quelle dell'acciaio da costruzione, richiamato qui semplicemente come materiale di riferimento, sono riassunte nella tabella seguente:

	Modulo di elasticità normale E	Tensione di rottura σ_R	Deformazione a rottura ϵ_R	Coefficiente di dilatazione termica α	Densità γ
	[GPa]	[MPa]	[%]	[$10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$]	[g/cmc]
Fibre di vetro E (isolante)	72 - 80	3445	4.8	5 - 5.4	2.5 - 2.6
Fibre di vetro S (altoresistenziale)	85	4585	5.4	1.6 - 2.9	2.46 - 2.49
Fibre di Carbonio (alto modulo)	390 - 760	2400 - 3400	0.5 - 0.8	-1.45	1.85 - 1.9
Fibre di Carbonio (alta resistenza)	240 - 280	4100 - 5100	1.6 - 1.73	0.3	1.75
Fibre Aramidiche	62 - 180	3600 - 3800	1.9 - 5.5	-2	1.44 - 1.47
Fibre Ceramiche (SiC)	250 - 700	2000 - 10000			
Fibre Ceramiche (Al_2O_3)	380	1700			
Matrice polimerica	2.7 - 3.6	40 - 82	1.4 - 5.2	30 - 54	1.10 - 1.25
Acciaio da costruzione	206	250 - 400 (snervamento) 350 - 600 (rottura)	20 - 30	10.4	7.8

Fig.26 – Proprietà delle fibre più diffuse e delle principali matrici, confrontate con quelle dell'acciaio da costruzione.

Le caratteristiche e le prestazioni espletate dal composito risultano così intermedie tra quelle dei suoi costituenti: le fibre posseggono generalmente elevata resistenza e rigidità ma esibiscono deformazioni a rottura inferiori a quelle della matrice. La figura successiva evidenzia il legame costitutivo di fibra, matrice e composito, da cui emerge quanto sopra descritto:

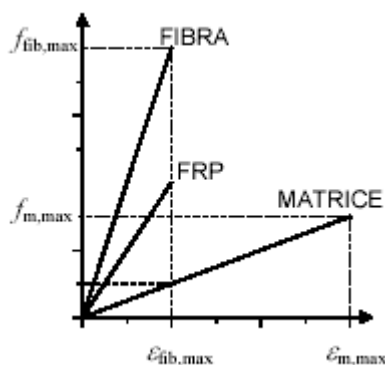


Fig.27 – Diagrammi di comportamento di fibra, matrice e composito ottenuto dal loro accoppiamento.

Il composito presenta dunque rigidezza inferiore a quella delle fibre ed arriva a rottura nel momento in cui le fibre si rompono: è infatti impensabile che il rinforzo continui a lavorare solo per mezzo della matrice.

CAPITOLO 3

3.1. LA MURATURA NON RINFORZATA: MODELLI DI COMPORTAMENTO.

La muratura è per sua natura un materiale molto complesso, il cui comportamento dipende dall'interazione di innumerevoli fattori, quali la natura delle pietre e dei mattoni, il tipo di pietre e di lavorazione subita, la modalità di fabbricazione dei mattoni, le loro dimensioni e disposizioni nell'apparato murario, le caratteristiche della malta, lo spessore e l'inclinazione dei giunti, lo stato di conservazione, gli eventi che si sono succeduti e i processi di degrado che possono avere in qualche modo alterato le sue caratteristiche originarie, ecc.

Anche la tipologia muraria influenza decisamente le caratteristiche della muratura, così ad esempio una muratura fatta di mattoni pieni si differenzia da una di sole pietre e ancora da una mista di pietre e laterizi; una muratura assemblata a secco sarà diversa da quella con giunti di malta e sarà ancora diversa da una a sacco. Prevedere, o meglio, conoscere il comportamento di un manufatto edilizio, è un'impresa assai ardua. Come si dice anche nella recente normativa antisismica, è necessario acquisire un grado di conoscenza ottimale per mirare le indagini e il calcolo, e quanto più questa è carente tanto più alti dovranno essere i coefficienti di sicurezza da adottare.

Alla luce di questa premessa, possiamo ora definire il materiale muratura (sia concesso il termine "materiale") come un materiale non omogeneo e non isotropo. Il suo grado di

anisotropia è funzione non solo dei fattori succitati, ma anche delle proprietà di ogni singolo costituente, legante ed elemento resistente.

I mattoni hanno caratteristiche fortemente dipendenti dalla temperatura di cottura durante la fase di produzione e dalla storia della loro vita nell'edificio, con riferimento ad eventuali fenomeni di degrado. A causa della temperatura di cottura, si generano degli stati tensionali responsabili del comportamento fortemente anisotropo. Volendo generalizzare e quantificare con valori, sebbene aleatori, alcuni parametri significativi dei mattoni, possiamo definire la loro resistenza a compressione in un range compreso tra 150 e 300 kg/cmq, mentre quella a trazione nell'ordine del 5-10% di quest'ultima. Il coefficiente di contrazione trasversale o di Poisson, che esprime il rapporto tra la deformabilità trasversale e quella verticale, varia tra 0.15 e 0.20. Il modulo elastico assume valori compresi tra 50000 e 100000 kg/cmq.

Definire invece le proprietà delle pietre è ancora più complicato, dipendendo queste innanzi tutto dal tipo di pietra, dalla natura della cava dalla quale vengono estratte e dal tipo di lavorazione subita.

Le proprietà della malta dipendono invece dalla quantità di calce, sabbia e acqua utilizzata per la loro composizione; il comportamento di una malta storica inoltre si differenzia da quello di una nuova. A titolo esemplificativo, una malta storica composta di calce e sabbia comune, nel rapporto 1:3 e 1:5, può resistere a sforzi di compressione di 20-30 kg/cmq e a sforzi di trazione pari al 5% di quelli di compressione. Si noti che la resistenza a compressione della malta dipende, nel tessuto murario, dallo spessore dei giunti e da forma e posizione di laterizi e pietre, che esercitano un'azione di confinamento della malta stessa, aumentandone così le prestazioni.

Il comportamento del materiale muratura può essere definito attraverso il legame costitutivo tensioni-deformazioni diagrammato nella seguente figura:

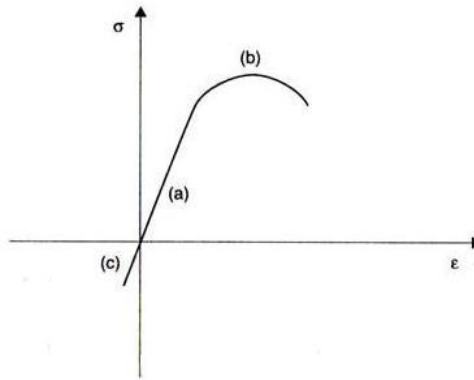


Fig.28 – Diagramma di comportamento della muratura.

Si distinguono tre rami significativi:

- un breve tratto elastico lineare a trazione, con rottura fragile
- un tratto elastico lineare a compressione
- un ulteriore tratto non lineare, dapprima crescente fino al valore di compressione massima, poi decrescente fino a rottura con un andamento in funzione della tipologia della muratura (*softening*)

Questo diagramma, rispondente alla modellazione completa e reale della muratura, e descrivibile quando la conoscenza del manufatto edilizio è elevata, può anche essere approssimato con schematizzazioni semplificate in grado di cogliere lo stesso le principali caratteristiche del comportamento del materiale, quando la conoscenza è limitata. Sono in genere proposte, in letteratura e nei riferimenti normativi, le seguenti forme semplificate:

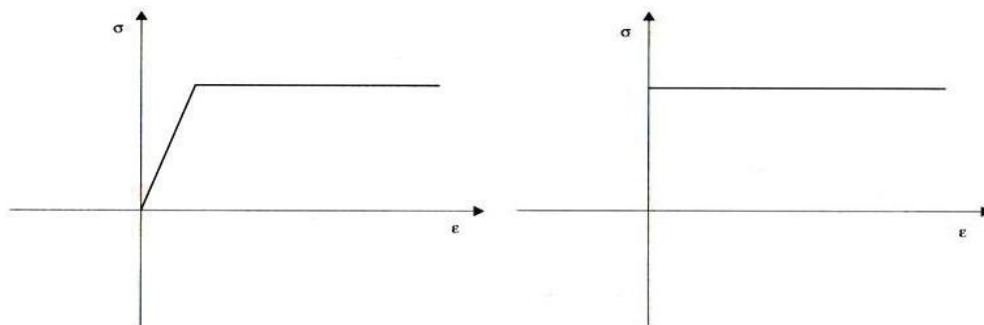


Fig.29 – Diagrammi semplificati di comportamento della muratura: **a)** diagramma bilineare, **b)** diagramma per un materiale rigido-plastico.

La prima semplifica il modello generale, considerando, a vantaggio della sicurezza, resistenza nulla a trazione e approssimando il comportamento a compressione con una bilatera, elastico-lineare prima, perfettamente plastica fino a rottura dopo (comportamento elasto-plastico).

La seconda è riferita alla normativa agli stati limite, che vede la muratura con comportamento rigido-perfettamente plastico: il primo ramo, verticale, evidenzia un modulo elastico con valore infinito, il secondo tratto una plasticità perfetta che deve essere interpretata bene tenendo conto del fatto che nelle murature la plasticità è limitata e aleatoria.

Il Documento Tecnico del CNR, il DT 200 / 2004, propone un altro modello di comportamento, con resistenza a trazione nulla e un ramo che descrive il funzionamento a compressione composto da tre parti: un primo tratto elastico lineare, un secondo tratto perfettamente plastico e un terzo tratto a tensione nulla per deformazioni maggiori della deformazione ultima, che lo stesso Documento propone pari a 0.0035.

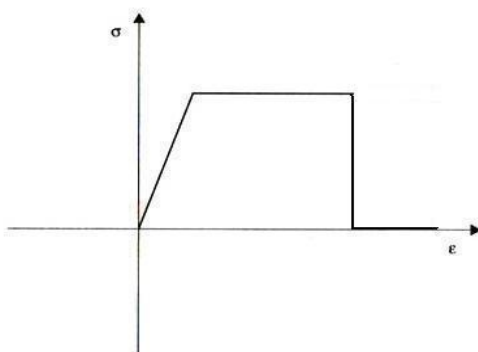


Fig.30 – *Diagramma di comportamento della muratura proposto dal CNR-DT 200 / 2004.*

In funzione della modellazione di una struttura in muratura, completa o semplificata, ossia in funzione del grado di conoscenza, il CNR-DT200/2004 propone due tipi differenti di verifica, nel rispetto della normativa agli stati limite: nel primo caso deve essere fatto un confronto fra i carichi di progetto e i carichi ultimi sostenibili in maniera

che i primi siano inferiori ai secondi, nell'altro caso il confronto dovrà essere fatto in relazione alle caratteristiche di sollecitazioni nelle sezioni di maggiore esercizio.

Tanto per fissare le idee, in presenza di una muratura regolare di mattoni pieni con giunti orizzontali e verticali, fatta a regola d'arte, la resistenza (a compressione, a trazione, a taglio) dipende dalla direzione dei carichi applicati. La sua massima resistenza a compressione, per carichi verticali, è in direzione verticale, vale a dire ortogonalmente ai giunti orizzontali, in quanto, come detto in precedenza, i mattoni esercitano un'azione di confinamento della malta con incrementi di resistenza notevoli. Valori indicativi potrebbero essere compresi tra 20 e 100 kg/cmq. La resistenza a trazione, invece, è massima quando i carichi sono orizzontali, ossia paralleli ai giunti orizzontali e vale orientativamente il 2-5% della resistenza a compressione. Infine la resistenza a taglio; questa è funzione dello sforzo normale e dell'angolo di attrito. Si pensi infatti al cono di attrito di Coulomb: il risultante dei carichi R (somma vettoriale di N e T) deve essere interno ad un cono con superficie laterale inclinata di un angolo variabile tra 26.5° e 45° rispetto alla retta d'azione dello sforzo normale di compressione. Ciò significa che il rapporto tra T e N deve essere variabile tra 0.5 e 1 ($26.5^\circ = \arctan[0.5 / 1]$ e $45^\circ = \arctan[1]$). I valori 0.5 e 1 sono chiamati coefficienti di attrito e descrivono che il valore del massimo taglio non deve essere mai maggiore di $N / 2$ o di N a seconda dei casi.

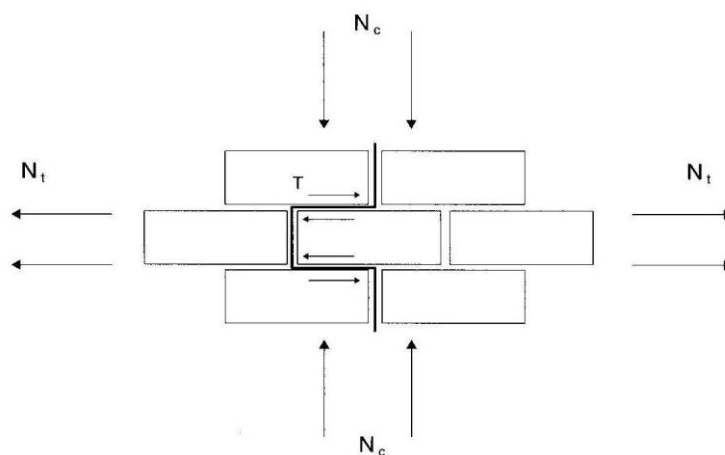


Fig.31 – Relazione tra gli sforzi di compressione verticali, quelli orizzontali e quelli di taglio in un pannello in muratura.

Le murature in pietra, invece, reggono maggiormente, superando la soglia di 150 kg/cmq di massima compressione.

Il materiale muratura, alla luce di quanto appena detto, funziona e funziona bene solo per determinate condizioni di carico: viene progettato per resistere a sforzi di compressione secondo direzioni prestabilite, che, nel caso di un pannello sono quella verticale e nel caso di archi e volte sono linee curve che corrispondono all'asse geometrico. Quando tali forze agiscono in direzioni differenti, la resistenza della muratura si riduce anche drasticamente. Proprio in funzione dell'angolo di attrito e della metodologia proposta da Coulomb nel '700, le pietre degli archi vengono tagliate in modo da formare dei giunti radiali. Nei casi in cui questa regola non sia stata seguita, come ad esempio nei templi indù, è possibile che la risultante delle azioni cada fuori dal cono, mettendo a rischio la stabilità.

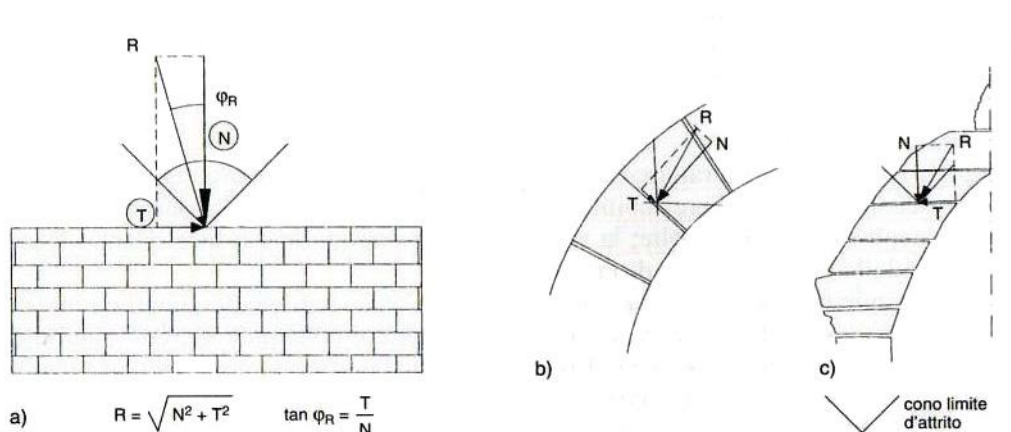


Fig.32 – Cono di attrito alla Coulomb: l'apparecchiatura dei mattoni e delle pietre è fondamentale nella valutazione della resistenza al taglio.

3.2. LA MURATURA RINFORZATA: UN MATERIALE INNOVATIVO.

Nel campo della ricerca indirizzata ai nuovi materiali fibrorinforzati per l'edilizia, l'Italia ha assunto da tempo un ruolo fondamentale in campo internazionale. Questo soprattutto perché vanta un patrimonio edilizio vario ed importante: dagli edifici storici in muratura, ai monumenti, agli edifici ormai datati in cemento armato. Edifici da recuperare e da rinforzare o da ripristinare se danneggiati. Grazie all'uso dei materiali compositi l'intervento di rinforzo o di consolidamento è più mirato e meno invasivo delle tecniche utilizzate fino ad oggi con materiali tradizionali. I vantaggi offerti da questi nuovi materiali sono numerosi: leggerezza, alti modulo elastico e resistenza, resistenza alla corrosione, durevolezza, facilità di montaggio e scarsa manutenzione; ma soprattutto, in accordo alle teorie del restauro, reversibilità dell'intervento.

Materiali compositi e muratura sposano bene, grazie alla loro compatibilità (così come avviene nella tecnica del cemento armato con l'accoppiamento calcestruzzo e acciaio) e al fatto che ciascuno dei due materiali offre prestazioni e resistenze particolari, svolgendo nella costruzione compiti differenti e sopperendo così ai limiti intrinseci dell'altro: alla muratura viene affidata la resistenza agli sforzi di compressione e, in quanto incapace per sua natura di sostenere trazioni, queste ultime vengono dirottate sulle fibre, progettate proprio per assolvere a questo scopo. La muratura rinforzata si configura così a sua volta come un materiale innovativo che potremmo ancora definire un'altra tipologia di composito, e assume un nuovo modello di comportamento rispetto a quello della muratura non rinforzata. E' infatti ora capace di sostenere sollecitazioni di trazione elevate e di esibire, prima di arrivare a rottura, anche deformazioni vistose, in quanto, le

fibre, fragili di per sé ma duttili nel composito grazie alle proprietà della matrice che le ingloba, trasmettono al substrato caratteristiche di duttilità che la muratura per sua natura non possiede.

Modificandosi il comportamento del materiale, cambia anche la modalità di collasso della struttura in muratura rinforzata: i cinematismi che si formano in una muratura standard, dovuti alle lesioni per trazione, ora si accompagnano alle deformazioni e fratture da schiacciamento, assai più pericolose delle prime in quanto il danno risulta irreversibile. Ma di questo parleremo approfonditamente nei paragrafi successivi. Per il momento si tenga presente che configurandosi la muratura rinforzata come un materiale innovativo, è necessario svilupparne una trattazione particolare che non dia nulla per scontato. Ad esempio, nel rispetto della normativa vigente, quella agli stati limite, dovremo definire i suoi stati limite, che essendo peculiari del materiale, sono diversi da quelli della muratura standard. Ovviamente, dei due stati limite, quello ultimo e quello di esercizio, nelle costruzioni murarie dovrà essere data rilevanza allo stato limite ultimo, sia perchè lo stato limite ultimo, come ovvio, è il limite più gravoso, sia per l'insieme di errori che vengono sempre commessi a causa della scarsa conoscenza del manufatto, in termini di azioni, in termini di proprietà materiche e in termini di leggi costitutive incerte e variabili nello spazio (ad esempio un pannello in muratura può essere più omogeneo e isotropo in certi punti rispetto che in altri) e nel tempo (invecchiamento dei materiali). Si tenga di conto poi che gli stati limite di esercizio, quali la freccia, l'ampiezza delle fessure, i massimi sforzi di compressione, nel caso della muratura non rivestono un particolare interesse in quanto non condizionano l'agibilità e la fruizione dell'edificio. Gli stati da verificare risultano quindi essere cinque:

- equilibrio della struttura
- compressione nella muratura
- taglio nei giunti di malta

- aderenza rinforzi-substrato
- trazione nei rinforzi

A questi stati corrispondono, nel rispetto dell'analisi limite, i corrispondenti cinque limiti, che per la verifica, non devono mai essere superati:¹⁵

- meccanismo o fessurazione per trazione
- schiacciamento della muratura
- scorrimento dei laterizi lungo i giunti di malta
- delaminazione, generalmente evidente con crisi denominata “*rip-off failure*”, ossia come crisi dell'unione muratura-rinforzo, lato muratura (asportazione di parte del laterizio)
- rottura dell'FRP

Il progetto del sistema di rinforzo deve essere finalizzato a prevedere e a scegliere e preferire una modalità di collasso (tra quelle elencate, ossia tra quelle in qualche modo prevedibili) rispetto ad un'altra. In funzione di questa decisione, può essere scelto il tipo di composito e di adesivo da utilizzare, la dimensione del rinforzo (generalmente la larghezza di un tessuto) e la sua posizione di collocazione in opera. Il tutto facendo affidamento sulla resistenza a trazione delle fibre e a compressione della muratura, senza mai fare affidamento sulla resistenza a compressione dell'FRP¹⁶. Le fibre compresse non solo non lavorano, perché, essendo la loro sezione resistente di gran lunga inferiore a quella della muratura, lo sforzo di compressione, che si distribuisce nella struttura in funzione delle masse, investe la massa maggiore, ossia la muratura; ma anche sono esposte al rischio di delaminazione per instabilità locale. Ciò nonostante, per fornire la

¹⁵ Faccio P., Foraboschi P. “*F.R.P. formulazioni e metodi di calcolo*”, L'Edilizia, n. 9/10 settembre/ottobre 2000, pp. 52-57.

¹⁶ CNR-DT 200 / 2004, “*Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati*”, p. 91

cosiddetta lunghezza di ancoraggio all'elemento in composito teso, questo deve essere comunque esteso in lunghezza fino a raggiungere le zone compresse.

3.3. MATERIALI E TECNICHE TRADIZIONALI A CONFRONTO CON MATERIALI E TECNICHE INNOVATIVE: TIPOLOGIA DI INTERVENTI.

Nell'ambito degli edifici in muratura, l'inserimento dei rinforzi è finalizzato ai seguenti scopi:

- trasmettere gli sforzi di trazione negli elementi strutturali e tra un elemento e l'altro (rinforzi a flessione e a taglio)
- collegare tra di loro vari elementi resistenti, quali le pareti ortogonali tra di loro e le pareti con i solai e con il tetto, al fine di un funzionamento scatolare della costruzione
- irrigidire i solai nel proprio piano
- limitare l'apertura delle fessure
- confinare le colonne per incrementare il carico ultimo e la duttilità

I sistemi di rinforzo atti a tali finalità sono costituiti da lamine, tessuti, reti e barre in FRP.

Tutti questi interventi, da pochi anni realizzati attraverso l'applicazione dei materiali compositi sul substrato di muratura, erano e sono realizzati e realizzabili anche con tecnologie e materiali tradizionali, quali ad esempio l'acciaio.

Questi nuovi materiali, però, sembrano preferibili perché, oltre ad avere una resistenza a trazione anche superiore all'acciaio, pesano poco. Se infatti teniamo di conto la nuova normativa antisismica, che, a monte di una riclassificazione delle zone sismiche del territorio nazionale, ha comunque dichiarato quest'ultimo tutto sismico, è evidente che l'assenza di ulteriori masse non incrementa gli effetti di un terremoto. Se pensiamo ad esempio ad azioni sismiche orizzontali proporzionali alle masse il concetto appare assai

chiaro. Inoltre si consideri la reversibilità dell'intervento o rimuovibilità delle fibre, condizione giustamente pretesa dalle moderne teorie del restauro.

Con riferimento ai punti di intervento sopra citati, i rinforzi a flessione e a taglio sull'orditura principale di solai in legno, tipici delle vecchie costruzioni murarie, venivano effettuati disponendo una putrella all'intradosso della trave lignea da rinforzare, o all'estradosso, sotto il pavimento, oppure disponendo due profilati affiancati a destra e a sinistra della trave, poi collegati e resi solidali con la trave stessa. In alternativa si poteva disporre un ferro piatto all'intradosso, che, con funzionamento simile a quello del cemento armato, lavorava a trazione collaborando con il legno compresso per sopportare gli sforzi di flessione; a resistere al taglio contribuivano i collegamenti chiodati o bullonati disposti a 45° nei pressi delle sezioni di appoggio.

Oggi, con la tecnologia del placcaggio di nastri in composito disposti all'intradosso della trave lignea o frontalmente a 45°, si ottengono gli stessi risultati senza incremento dei carichi e senza apporto di masse sismiche, attraverso un lavoro più pulito, più sbrigativo e meno invasivo.

I collegamenti delle pareti tra di loro e con i solai, ovvero l'irrigidimento dei solai nel proprio piano, veniva effettuato utilizzando reti elettrosaldate, disposte, nel primo caso, agli angoli delle pareti, sia all'interno che all'esterno dell'edificio e poi collegate da ulteriori ferri passanti nello spessore dei muri, nel secondo caso con reti orizzontali eventualmente ammorsate ai cordoli di piano.

Adesso è possibile sostituire le reti elettrosaldate con reti in composito, spesso di carbonio.

Tipico intervento di consolidamento in membrature compresse e candidate allo schiacciamento è la cerchiatura con ferri piatti, messi in opera a caldo o a freddo, o l'incamiciamento completo di colonne o pilastri. Questo sistema viene spesso accoppiato all'uso di tirantini antiespulsivi, disposti in altezza nelle zone lasciate libere dalla

cerchiatura. Anche questo intervento può ora essere sostituito da tessuti tesi circonferenziali e barre preformate, generalmente pultruse, da inserirsi nella muratura.

Gli edifici monumentali, quali le chiese storiche disseminate su tutto il territorio nazionale, mostrano l'assenza di un comportamento scatolare e, in caso di sisma, si verificano meccanismi di collasso locali, sia dentro che fuori dal piano, spesso localizzati sulle facciate. Il rimedio può ancora essere pensato utilizzando rinforzi basati sull'impiego di fasce e profilati pultrusi in FRP, come mostrato nelle figure seguenti.¹⁷

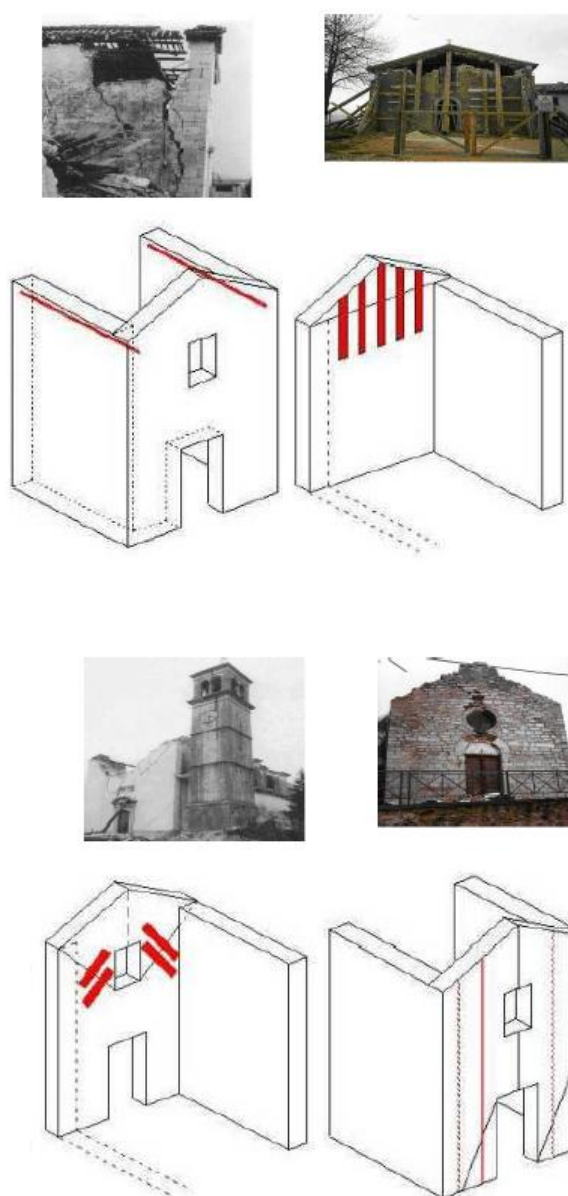


Fig.33 – Interventi di rinforzo sulle facciate delle chiese a navata unica proposti da S. Lagomarsino.

¹⁷ Lagomarsino S., “Sicurezza e conservazione delle chiese in zona sismica”, GNDT, 1998

3.4. L'ARCO E LA VOLTA RINFORZATI: VALUTAZIONE DELLA STABILITÀ NEL RISPETTO DELLE LEGGI SULL'ANALISI LIMITE.

Le tecniche di consolidamento e di rinforzo delle strutture a volta si stanno sempre più orientando verso l'uso di materiali innovativi e tecniche d'avanguardia, che vanno a sostituire i materiali tradizionali. Sebbene già detto in precedenza, è il caso di ricordare che i motivi fondamentali che stanno alla base di certe scelte sono principalmente l'estrema leggerezza di questi materiali, che così non vanno ad appesantire la struttura resistente (fatto da non sottovalutare non solo per quanto riguarda l'analisi statica, ma soprattutto per il comportamento in caso di sisma), la duttilità che conferiscono alla muratura, per sua natura fragile, consentendole di deformarsi prima di arrivare a rottura e segnalando così il pericolo imminente, la facilità di applicazione e soprattutto la non invasività e rimuovibilità dell'intervento, che in genere le Soprintendenze prediligono. Si pensi infatti che i sistemi voltati in muratura generalmente si ritrovano in opere storiche di pregio, di cui il nostro territorio nazionale vanta in cospicuo numero. Tutto questo è effettuabile in tempi brevi e soprattutto, cosa assai significativa, spesso non è necessario interrompere l'esercizio della struttura.

Infatti, prima dell'ingresso in edilizia di questi nuovi materiali di rinforzo, si interveniva diversamente con operazioni anche invasive, che andavano spesso a modificare il comportamento della struttura originaria. L'arco e la volta in muratura, che per loro natura, sono stati concepiti fin dai tempi più antichi per sopportare carichi e coprire ampie luci lavorando a compressione, sono spesso stati snaturati del loro comportamento strutturale arrivando a trasformare ora un arco in un arco finto, cioè senza carichi, ora una

volta in una struttura mista latero-cemento per resistere agli sforzi di trazione, ecc. Si tratta dunque di interventi che da una parte modificano il modello strutturale e comportamentale originario, dall'altra trasformano la struttura consolidata in maniera irreversibile: è impossibile tornare indietro per ripristinare la condizione originaria.

Le tipologie di intervento eseguite in passato erano comunque funzione delle cause del dissesto.

Si possono osservare dissesti dovuti ad invecchiamento dei materiali, come malte che hanno assorbito umidità nel tempo o sono state sottoposte a cicli alternati di gelo-disgelo e, idratandosi, si sono rese farinose, oppure alla cattiva qualità dei laterizi che, essendo stati poco cotti nel ciclo di produzione, col tempo tendono a frantumarsi. Questo tipo di dissesto viene definito “cedimento spontaneo” ed è l'unico che non può essere previsto con un'analisi statica, anche di tipo grafico: questa infatti risulterebbe verificata, perché non tiene conto delle proprietà dei materiali ma solo delle leggi di equilibrio.

E' anche possibile notare una variazione di forma dovuta o a cedimento dei piedritti a causa di un dissesto fondale, o ad una spinta eccessiva sui piedritti tale da divaricarli e da abbassare generalmente il concio di chiave.

Infine, altra causa da non sottovalutare, la variazione dei carichi. Alcune ristrutturazioni propongono la rimozione e la ricostruzione di vecchi solai con cambiamento del senso dell'orditura delle travi, le quali vanno a sollecitare membrature originariamente scariche. Altre invece promuovono dei sopralzi che aumentano il valore dei carichi oppure un aumento dei sovraccarichi per variazione di destinazione d'uso dei locali.

I rimedi, che da sempre sono stati adottati, sono classificabili in due categorie:

- consolidamento attivo
- consolidamento passivo

Ma anche in

- interventi provvisori

- interventi definitivi

Possono essere considerati lavori di consolidamento attivo tutti quelli che mirano a risolvere un problema generando uno stato tensionale aggiuntivo (coazioni) a quello dovuto ai carichi di esercizio: sovrapponendo gli effetti in modo opportuno, come diceva anche Colonnetti nell'800, è possibile migliorare il comportamento di una struttura.

Viceversa, si definiscono interventi di consolidamento passivo, tutti quegli interventi mirati a ripristinare le parti danneggiate senza ulteriore aggiunta di sollecitazioni.

In relazione invece alla seconda classificazione, dobbiamo premettere che tutti gli interventi dovrebbero sempre essere definitivi. Gli interventi provvisori dovrebbero essere utilizzati solo per scongiurare pericoli immediati, poi rimossi e sostituiti dai secondi. Invece, per motivi economici, gli interventi provvisori, come le catene negli archi e le cerchiature dei campanili, tendono a rimanere in opera per lungo tempo, spesso per sempre, diventando parte integrante dell'edificio.

I tipici interventi sugli archi e sulle volte in muratura sono proprio la messa in opera di catene metalliche progettate per assorbire in parte o integralmente la spinta trasmessa ai piedritti.

Per ridurre la spinta, comunque, è spesso stato utilizzato un altro rimedio, che prende il nome di “riduzione della spinta con riduzione del carico”. Il valore della spinta è infatti funzione di due parametri: la configurazione geometrica della volta e il carico su di essa applicato. Non potendo, per ovvie ragioni, intervenire sul primo parametro, è possibile invece eliminare parte del carico lavorando sul materiale di riempimento, spesso eccessivo, che nelle vecchie costruzioni veniva introdotto per formare il piano orizzontale di posa del pavimento. Rimuovendolo e sostituendolo con sostegni discontinui per il pavimento, ovvero con muretti di mattoni detti frenelli, si riesce a diminuire il carico di un buon 50%. Quando si tratta di un arco invece che di una volta, l'intervento consiste

nel collocare in opera un architrave al di sopra della quota di estradosso della chiave, per scaricare l'arco e trasmettere i sovraccarichi direttamente alle strutture verticali.

Altra tecnica di consolidamento piuttosto diffusa è la realizzazione di una cappa armata in conglomerato cementizio armato, con rete elettrosaldata posta all'estradosso, che può anche essere ancorata ad archi di irrigidimento vincolati alle murature di perimetro. La cappa ha la funzione di aumentare la sezione resistente e di dare alla struttura finale (arco in muratura + arco in calcestruzzo sovrastante collaborante) la capacità di resistenza a trazione in corrispondenza dell'estradosso.

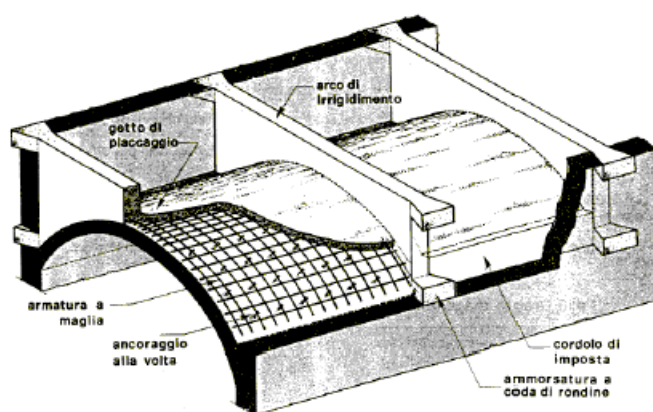


Fig.34 – Consolidamento di volta a botte con cappa in calcestruzzo armato posta all'estradosso, poi irrigidita ed ancorata con archi in cemento armato.

Infine è possibile sospendere una volta mediante l'esecuzione di una cappa armata sostenuta con tiranti di acciaio da una nuova struttura superiore architravata, come un solaio in cemento armato.

Tornando ora invece alla tecnologia dei compositi fibrorinforzati, la campagna sperimentale condotta fino ad oggi ha evidenziato che la modalità di collasso di una struttura rinforzata è notevolmente diversa da una non rinforzata. Abbiamo infatti visto, nel capitolo precedente, che gli stati limite di una muratura standard differiscono dagli stati limite di una rinforzata, in quanto detti stati sono tipici del materiale di cui si fa uso. E il materiale muratura rinforzata è un materiale innovativo che dalla muratura tradizionale eredita solo alcune proprietà e ne acquisisce di nuove.

I concetti chiave dell'analisi limite di un arco in muratura sono stati introdotti intorno al 1960 da Heyman, in due interessanti scritti: The “Stone Skeleton”¹⁸ e “The Masonry Arch”¹⁹. Recuperando le teorie cinquecentesche di Leonardo da Vinci, poi quelle settecentesche di Couplet²⁰ e Coulomb²¹ per arrivare al XIX secolo con quelle di Mery²² e del suo metodo grafico per la valutazione della stabilità di volte simmetriche a tutto sesto, Heyman definisce le loro modalità di collasso, dovute alla trasformazione di una struttura iperstatica in un meccanismo a causa dell'insorgenza di un congruo numero di fratture causate da sollecitazioni di trazione che la muratura non è in grado di sopportare. La sua filosofia nasce da ipotesi giustificate dall'analisi della realtà degli edifici murari. Egli è in grado di affermare con assoluta certezza che:

1. in un sistema voltato non ci saranno mai problemi dovuti al fenomeno dello schiacciamento, in quanto, sviluppando un semplice calcolo di resistenza, appare evidente che si dovrebbe costruire un pilastro alto due chilometri per veder comparire alla sua base delle fessurazioni da compressione.

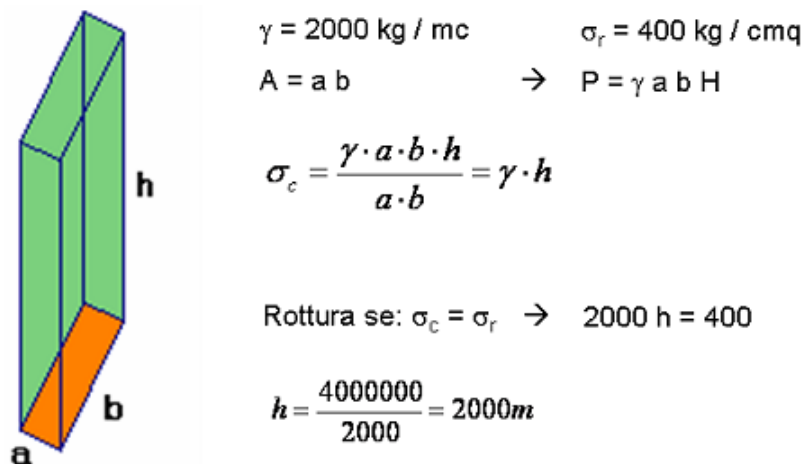


Fig.35 – Schema di calcolo che descrive l'ipotesi sull'infinita compressione sostenuta da Heyman.

¹⁸ Heyman J., “The Stone Skeleton”, Int. J. Solids Structures, Vol. 2, pp. 249-279, Pergamon Press Ltd., Great Britain, 1966

¹⁹ Heyman J., “The Masonry Arch”, Hellis Horwood Ltd, Chichester, West Sussex, England, 1982

²⁰ C. A. Couplet, “De la pousée des voutes”, “Seconde partie de l'examen de la pousée des voutes”, Académie Royale des Sciences, 1731-1732

²¹ C. A. Coulomb, “Essai sur une application de maximise t minimis à quelques problèmes de statique, relatifs à l'Architecture”, 1773

²² E. Méry, “Mémoire sur l'équilibre des voutes en berceau”, Annales des Ponts et Chaussées, pp. 50-70, 1840

E questo ci dice che un simile carico non attraverserà mai un arco o una volta e ci libera dalla necessità di fare tale verifica.

2. Infine ci propone di trattare la muratura come materiale no-tension, a vantaggio della sicurezza.
3. E da ultimo ritiene che due conci di un arco non potranno mai scivolare l'uno sull'altro grazie al fenomeno dell'attrito. Lo sforzo di taglio, infatti, responsabile di detto cinematismo traslatorio, rispetto allo sforzo normale misurato nella stessa sezione, appartiene sicuramente al cono di attrito alla Coulomb. Questo perché dovendo il poligono funicolare essere compreso dentro la sagoma della struttura, per soddisfare il requisito della stabilità, la sua inclinazione rispetto alla normale all'interfaccia non può essere tanto divergente.

Alla luce di quanto appena detto, dunque, i cinematismi impediti risultano quelli traslatori tipo doppio pendolo e quelli di rotazione con compenetrazione di materia. Restano in gioco le sole rotazioni, con allontanamento dei conci, rispetto a un punto, che, in prima istanza, può essere assunto o appartenente alla sagoma di estradosso o alla sagoma di intradosso. E' per questo che Heyman è in grado di asserire ora che l'arco in muratura (nel piano tre volte iperstatico perchè incastrato alle imposte) può diventare labile a seguito delle fratture a cuneo che si creano a poco a poco fino ad interessare quattro interfacce, con disposizione alternata intradosso-estradosso. Da qui si evince che il poligono funicolare, che dovrà adagiarsi dentro la sagoma dell'arco, raggiunge la sua posizione limite quando sarà tangente all'estradosso o all'intradosso, punti di cerniere di rotazione.

Quali sono dunque gli stati limite e le verifiche da condursi nel caso di un arco in muratura ordinaria?

La verifica a compressione può essere omessa, essendo le tensioni di esercizio ben lontane da quelle di rottura, escludendo il pericolo dello schiacciamento.

La verifica a taglio risulta pure sempre soddisfatta, essendo lo sforzo risultante, quello relativo ad una generica interfaccia, poco inclinato rispetto all'ortogonale alla sezione.

L'unica verifica che risulta essere necessaria, dunque, è quella a trazione, responsabile dei cinematismi suddetti e dell'apertura delle fessure.

Ben diverso, invece, il comportamento di un arco in muratura con rinforzo in compositi.

Strisce di fibre in materiale composito vengono disposte:

- all'intradosso o all'estradosso per tutto il loro sviluppo o solo in certe parti, per inibire la formazione di cerniere all'estradosso o all'intradosso
- sia all'intradosso che all'estradosso, per inibire la formazione di cerniere su entrambe le superfici.

Le fibre, lavorando a trazione, impediscono quindi la formazione di cerniere sul contorno dell'arco opposto a quello rinforzato.

Il materiale muratura così rinforzato assume un comportamento simile a quello del cemento armato: gli sforzi di compressione si distribuiscono sulla muratura e quelli di trazione sul rinforzo.

Quali sono dunque le conseguenze di tutto ciò? Prima di tutto che la muratura, impedita a deformarsi con l'apertura di fessure, dovrà sostenere delle compressioni eccessive, troppo elevate per le sue capacità, rischiando di schiacciarsi; e che il taglio nei giunti di malta assumerà valori più alti, capaci di fare scivolare i conci, vincendo l'attrito.

Vediamo come stanno le cose nel dettaglio, riprendendo anche il filo del discorso affrontato nel capitolo precedente.

Avevamo detto che lo stato limite da considerarsi è senza dubbio lo stato limite ultimo; i limiti da non superare sono cinque:

1. meccanismo o fessurazione per trazione

2. schiacciamento della muratura
3. scorrimento dei laterizi lungo i giunti di malta (*sliding*)
4. delaminazione, generalmente evidente con crisi denominata *rip-off failure*, ossia come crisi dell'unione muratura-rinforzo, lato muratura (asportazione di parte del laterizio)
5. rottura dell'FRP

In relazione al punto (1), la verifica allo stato limite ultimo di meccanismo è riferita ai due teoremi dell'analisi limite, il teorema statico e quello cinematico, formulati per materiali con comportamento elastico e perfettamente plastico, poi estesi anche ai materiali non resistenti a trazione.

Se riferito ad una struttura non rinforzata, il teorema statico può essere enunciato nella forma seguente: “*se è possibile trovare un qualsiasi sistema di sollecitazioni interne in equilibrio con il carico esterno, la struttura nel suo complesso è stabile*”. Questa enunciazione è evidentemente riferita al poligono funicolare (sistema di sollecitazioni interne) che, per bilanciare i carichi, deve necessariamente adagiarsi all'interno della sagoma dell'arco, o al limite essere tangente al contorno: solo in questa situazione non si verificano trazioni, in quanto dove inizialmente vi erano trazioni, ora vi si presentano lesioni.

Viceversa, la formulazione duale può essere affrontata attraverso il teorema cinematico, che si riferisce ai meccanismi cinematicamente compatibili: “*due generiche sezioni contigue possono ruotare relativamente facendo perno su uno dei due bordi, sede di cerniera, ma solo allontanandosi, mai compenetrandosi*”. Quest'ultima affermazione si esplicita nell'unilateralità del vincolo: la rotazione che produce distacco e allontanamento dei conci è un meccanismo ammissibile, quello che invece li fa compenetrare, è un meccanismo non ammissibile.

In relazione alle volte rinforzate²³, i due succitati teoremi valgono ancora ma debbono essere riformulati. Il nuovo teorema statico può così enunciarsi: *“la linea delle pressioni può passare fuori dallo spessore di quelle porzioni di contorno che al contorno opposto sono rinforzate, mentre nelle rimanenti porzioni di contorno deve accomodarsi all’interno o sul bordo (ossia può fuoriuscire dal lato opposto al rinforzo e solo lì)”*.

Invece il teorema cinematico diventa: *“le cerniere di meccanismo si possono formare solo in punti del contorno i cui contorni opposti non sono rinforzati”*.

Per quanto riguarda il punto (2), la verifica allo stato limite di schiacciamento della muratura si basa su un fatto fisico fondamentale: in un mezzo non resistente a trazione, ben rappresentato da un assemblaggio di conci a secco, lo sforzo di compressione C non si diffonde. Nella muratura si identifica una fascia investita da tale sforzo che lavora da puntone, e che è larga al massimo tre mattoni.

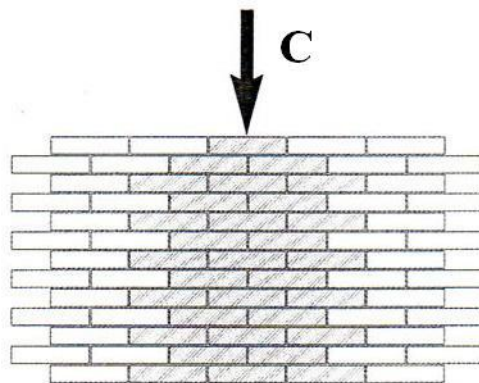


Fig.36 – A differenza dei solidi resistenti sia a trazione che a compressione, nella muratura il fenomeno della diffusione dei carichi è poco veritiero.

Nel caso specifico lo sforzo di compressione C in gioco è lo sforzo nella generica sezione di un arco rinforzato, che si instaura sul bordo opposto a quello rinforzato, il quale è a sua volta attraversato dallo sforzo di trazione F ; C ed F sono i vettori che equilibrano lo sforzo esterno N , quindi $N = -(C-F)$. Mentre nel caso di una cerniera di apertura in una muratura ordinaria il vettore C si distribuisce su tutta la profondità della volta, nel caso di

²³ Faccio P., Foraboschi P. “F.R.P. formulazioni e metodi di calcolo”, op. cit.

una sezione fessurata ma tenuta chiusa dal rinforzo, lo sforzo C viaggia dentro una banda di larghezza pari a circa due blocchi più la larghezza del rinforzo. Conseguenza di tutto ciò: le sezioni sedi di cerniere di volte rinforzate non sono più quelle compresse, ma quelle chiuse dal rinforzo; il cinematismo infatti, che nella muratura ordinaria è unilatero con rotazione che allontana i conci, questa volta è di rotazione, ma tende a compenetrarli. Per cui si ha una migrazione dei punti sede di cerniera dal contorno compresso a quello teso, con inversione del fenomeno.

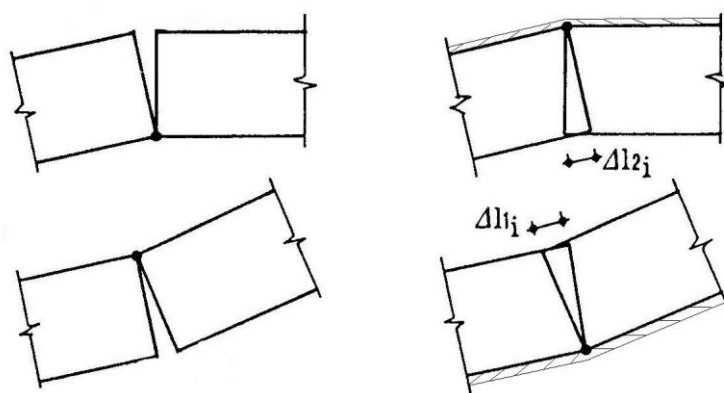


Fig.37 – Cinematismi ammissibili e non ammissibili nel caso di conci di arco in muratura.

In più si tenga presente che, nello spessore della sezione, si ha il fenomeno della parzializzazione, fenomeno tipico di qualsiasi solido NRT. La differenza sostanziale, però, tra una muratura ordinaria con lesione e formazione di cerniera, in cui lo sforzo C si distribuisce linearmente su uno spessore pari a $3u$, nella muratura rinforzata, microfessurata e tenuta chiusa dal rinforzo, C si distribuisce a mo' di carico uniformemente distribuito su una quota parte dello spessore che viene valutato intorno ad $S/3$. Ancora diverso il caso in cui la cerniera funzionasse da perno perfetto: in questo caso lo spessore su cui si distribuirebbe C sarebbe nullo, ovvero C sarebbe localizzato su una linea, o di intradosso o di estradosso.

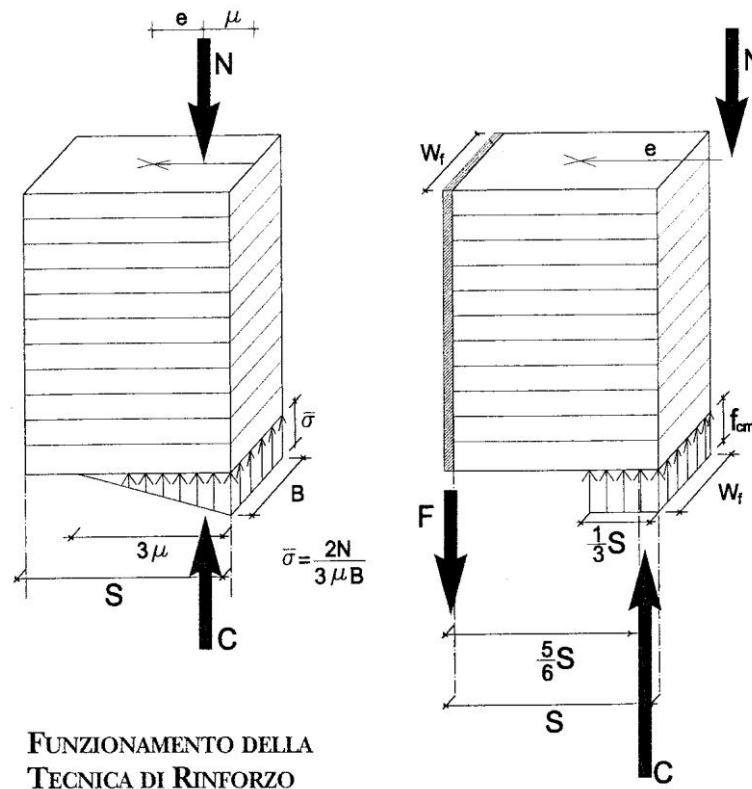


Fig.38 – Schema di calcolo che tiene conto del fenomeno dello schiacciamento.

La verifica doverosa, nel rispetto dei concetti dell'analisi limite, è nel confronto fra C_u e C^{24} , ossia fra lo sforzo di compressione ultimo sostenibile oltre il quale si verifica il fenomeno dello schiacciamento, e lo sforzo di compressione che attraversa la sezione, essendo la volta in esercizio. Come si calcolano dunque questi due valori? La compressione ultima C_u può essere valutata semplicemente, in accordo alla definizione di tensione, moltiplicando la tensione di rottura a compressione della muratura per la sua area resistente, che è pari ad uno spessore di $S/3$ per una larghezza di due blocchi (2b) più la larghezza complessiva dei rinforzi (L_{FRP}):

$$C_u = \sigma_R A \quad \rightarrow \quad C_u = \sigma_R \left[\frac{1}{3} S * (2b + L_{FRP}) \right]$$

Invece il valore di C prodotto dai carichi può essere ottenuto dalla soluzione del sistema:

²⁴ Faccio P., Foraboschi P. "F.R.P. formulazioni e metodi di calcolo", op. cit.

$$\begin{cases} N = C - F \\ F = \frac{M}{d} = \frac{M}{\frac{5}{6}S} = \frac{6M}{5S} \end{cases} \rightarrow \boxed{C = N + F = N + \frac{6M}{5S}}$$

La verifica a schiacciamento consiste quindi nel soddisfacimento della disequazione:

$$\boxed{C \leq C_u}$$

Lo stato limite ultimo di taglio²⁵, enunciato al punto (3), viene studiato con riferimento al solito meccanismo di attrito alla Coulomb, secondo il quale il vettore risultante che attraversa una sezione deve essere poco inclinato rispetto alla normale uscente, ossia deve risultare interno ad un cono con faccia definita da una certa inclinazione. Nel caso della muratura standard tale inclinazione si aggira tra i 45° e i 26.5°, angoli che portano a valori della componente tagliante oscillanti tra N/2 ed N. Segue che i coefficienti di attrito f con i quali viene abbattuto N per la definizione del taglio limite variano tra 0.5 e 1. Nel caso invece di una muratura rinforzata gli angoli suddetti oscillano tra 21.8° e 30.9°, con corrispondenti coefficienti di attrito di 0.4 – 0.6.

La valutazione del taglio limite nasce da due considerazioni fondamentali:

- a. nella muratura ordinaria la crisi per taglio è alquanto atipica, e, in accordo alle ipotesi di Heyman, impossibile: dovendo infatti il poligono funicolare, per l'equilibrio, essere compreso dentro la sagoma dell'arco, è impossibile che questo presenti inclinazioni significative, ovvero valori di taglio elevati. Invece nella muratura rinforzata, come detto in precedenza, potendo il poligono funicolare fuoriuscire in virtù del rinforzo, la sua inclinazione può essere sicuramente più accentuata, segnalando un taglio più alto.
- b. mentre nella muratura ordinaria il valore limite del taglio è dato dal prodotto di sforzo normale N per il coefficiente di attrito f ($T_u = f N$), nella muratura rinforzata lo sforzo normale agente nella sezione dove il rinforzo lavora è più alto

²⁵ Faccio P., Foraboschi P. "F.R.P. formulazioni e metodi di calcolo", op. cit.

(è pari a C , maggiore di N), essendo la somma di N e F (vettori equiversi di sforzo normale: $C = N + F$), quindi il valore del taglio ultimo è pari a $T_u = f(N+F)$, che è anche uguale a $T_u = f C$. La resistenza allo scivolamento è dunque data da un vettore più lungo rispetto a quello della muratura ordinaria.

Così è possibile scrivere che nelle sezioni in cui il rinforzo è assente o non lavora (eccentricità della forza esterna N compresa tra zero e metà spessore, ovvero posizione del centro di pressione interno alla sezione) vale la relazione tipica per la muratura non rinforzata, essendo in tal caso $C = N$:

$$T_u = fN$$

Nelle sezioni in cui, invece, il rinforzo è teso (poligono funicolare esterno alla sezione), essendo in questo caso $C > N$ si ha che:

$$T_u = fC = f(N + F) = f\left(N + \frac{6M}{5S}\right)$$

Il punto (4) prevede invece la verifica di delaminazione o di decoesione.

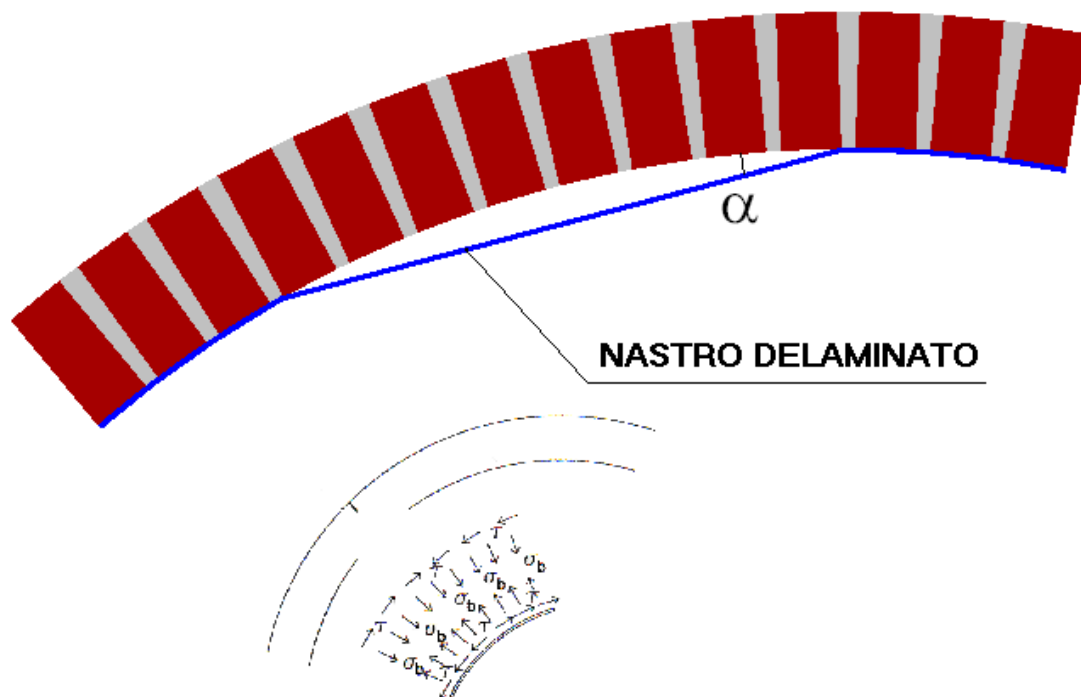


Fig.39 – Il problema della delaminazione: gli sforzi di peeling.

Consiste nel controllare l'aderenza tra le fibre e il substrato ed accertarsi che il distacco non avvenga affatto o avvenga in certi modi opportunamente prestabiliti in fase di progetto del sistema di rinforzo.

La crisi dell'interfaccia rinforzo - muratura, come richiamato nel documento del CNR-DT 200 / 2004, può avvenire nei seguenti modi:



Fig.40 – Modalità di crisi dell'interfaccia rinforzo – muratura, proposte dal CNR-DT 200 / 2004.

In riferimento alla figura sopra, nel caso specifico, l'adesivo rappresenta la resina o la malta ed i due "aderendo" sono rappresentativi della superficie voltata e del sistema di rinforzo.

La frattura coesiva si sviluppa proprio sull'interfaccia, all'interno dello strato di colla, di cui parte resta appiccicata ai due aderendo presentando superfici lisce o rugose. E' tipica nel caso di applicazione corretta del rinforzo.

La frattura adesiva si manifesta invece nell'interfaccia adesivo-aderendo (FRP o mattone) ed è sintomo di un aderendo con resistenza superiore a quella dell'adesivo.

La frattura mista, come dice il nome stesso, è una via di mezzo.

Nel caso delle murature, però, non si ha quasi mai la crisi dell'interfaccia (*debonding*), mentre invece la frattura si manifesta ad una certa distanza dall'interfaccia di contatto, in una zona interna al laterizio (*ripping*). Questo significa che la resistenza del laterizio è minore di quella dell'adesivo e ciò si verifica solitamente quando l'adesivo è una resina sintetica che, impregnando il mattone per un certo spessore, lo rende super resistente in quello spessore che resta attaccato all'adesivo e al nastro che si è scollato. Viceversa, quando l'adesivo è sostituito da una malta cementizia, sembra che la crisi di ancoraggio

non investe generalmente il mattone. Questo almeno da quanto è emerso da numerosi test effettuati su provini in laboratorio. Quindi, nel caso più generale di crisi dell'unione con lacerazione dei mattoni della volta, questi (ovvero l'interfaccia di rottura) sono interessati non solo da tensioni tangenziali, ma anche da tensioni normali (ortogonali all'interfaccia colla), che sono di trazione (*peeling*) se le fibre sono disposte in intradosso e di compressione se in estradosso. Queste ultime sono generate dal fatto che, data la curvatura della volta, il risultante delle tensioni tangenziali non è nullo e pertanto si generano delle tensioni normali per ripristinare l'equilibrio. Questo problema non si presenterebbe se la superficie della struttura soggetta a rinforzo fosse piana, come quella di una trave o di un pilastro. Pertanto, componendole, si ottiene una tensione principale di trazione responsabile del fenomeno, che sollecita la muratura. Ecco che l'analisi di un continuo no-tension non è più valido in questo caso: dobbiamo fare affidamento anche sulla resistenza a trazione della muratura.²⁶

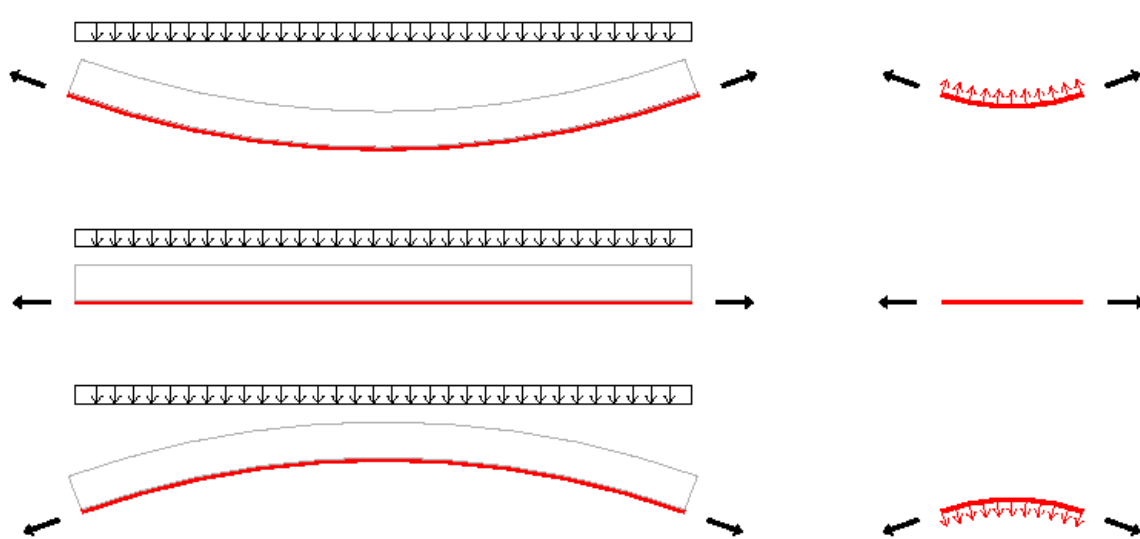


Fig.41 – Il problema dell'aderenza si manifesta diversamente a seconda della geometria del supporto su cui è applicato il rinforzo: su superfici piane il problema è la perdita di aderenza per taglio; nel caso di superfici curve il problema è più complesso perché governato dalla sovrapposizione degli effetti di tensioni normali (*peeling*) e di tensioni tangenziali (*aderenza*).

²⁶ Faccio P., Foraboschi P. "F.R.P. formulazioni e metodi di calcolo", op. cit.

La verifica dell'aderenza della fibra può essere condotta, in accordo allo schema riportato nella figura seguente, valutando l'intensità della forza responsabile del distacco, e cioè la componente radiale dN della forza di trazione che attraversa il composito in un settore infinitesimo di rinforzo sotteso all'arco di ampiezza $d\phi$.²⁷

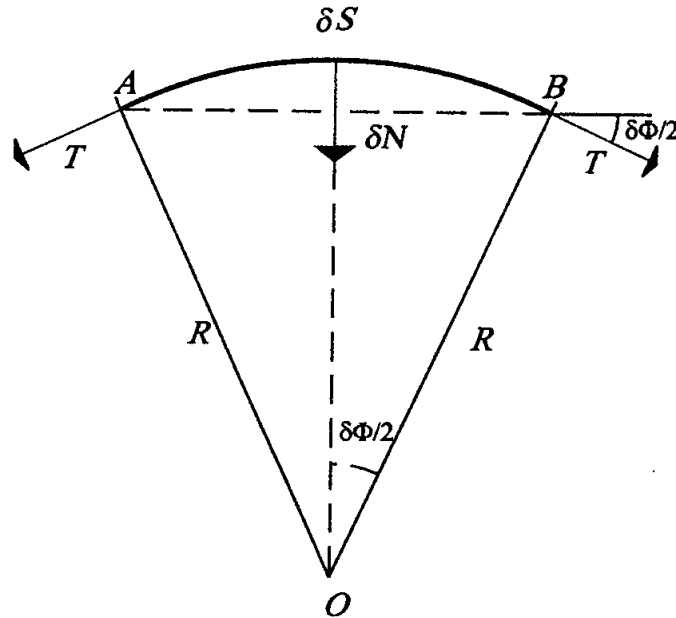


Fig.42 – Modello di calcolo degli sforzi di peeling: questi ultimi possono essere dedotti dallo sforzo di trazione nella fibra, analizzando un settore circolare infinitesimo di fibra

Attraverso due semplici considerazioni geometriche e, tenendo conto che, per angoli infinitesimi, la tangente di un angolo è lecito confonderla con l'angolo stesso, è possibile scrivere le due seguenti relazioni.

La prima:

definito $AB = ds$, si ha che

$$\frac{ds}{2} = R \sin\left(\frac{d\phi}{2}\right) = R \frac{d\phi}{2} \quad \Rightarrow \quad ds = R d\phi \quad \Rightarrow \quad \boxed{d\phi = \frac{ds}{R}}$$

La seconda:

$$\frac{dN}{2} = T \sin\left(\frac{d\phi}{2}\right) = T \frac{d\phi}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{dN = T d\phi}$$

Risolvendo il sistema generato dalle due equazioni ottenute, ricaviamo:

²⁷ Paradiso M., Tempesta G., "Archi in muratura rinforzati con CFRP", Costruire in Laterizio, 2004

$$dN = T \frac{ds}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{dN}{ds} = \frac{T}{R}$$

Da quest'ultima relazione si evince che il distacco avviene prima nella sezione (deformata) dove è massimo il rapporto T/R .

La forza responsabile del distacco è la forza elementare dN che compete un settore di corda ds dell'arco; ebbene, se tale settore lo consideriamo unitario ($ds = 1$) allora la forza responsabile del distacco è proprio dN e la delaminazione avverrà dove il valore è massimo:

$$\text{Distacco} \quad \Leftrightarrow \quad \max \left\{ \frac{T}{R} \right\}$$

Per valutare l'entità della forza è necessario determinare prima i valori di T e di R .

Lo sforzo di trazione T è pari a: $T = \sigma_{FRP} A_{FRP}$.

La misura del raggio dell'arco, anche nell'ipotesi di un tutto sesto, deve essere valutata nella configurazione deformata per cui il raggio varia localmente. Infatti è nella configurazione deformata che deve essere letto il valore della forza di aderenza, in quanto il distacco avviene a deformazione avvenuta. Test sperimentali dimostrano proprio che il distacco, in caso di un arco a tutto sesto con rinforzo in intradosso, non avviene in chiave dove, nella configurazione originaria, è massimo il valore di dN , ma nella sezione dove dN è massimo dopo la deformazione. Dai test sperimentali risulta che ciò si verifica in una sezione intermedia tra la chiave e le reni.

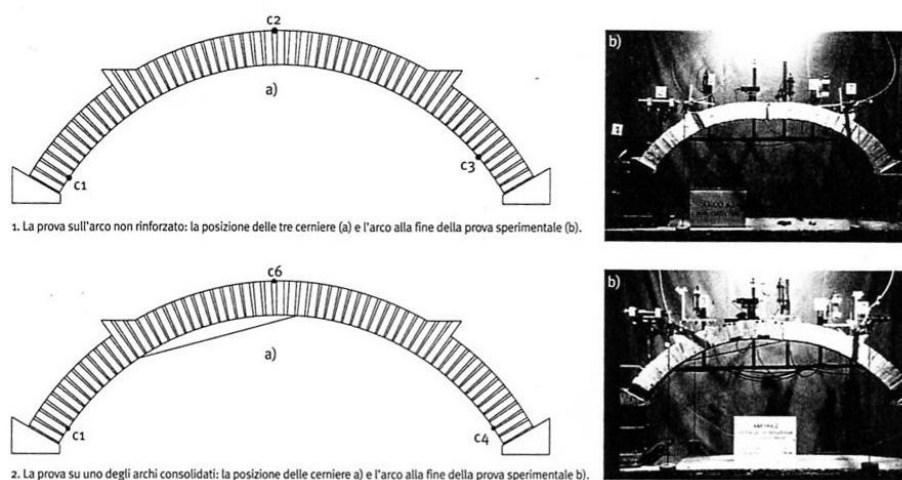


Fig.43 – Test di laboratorio dimostrano che il distacco della fibra avviene dove è massimo lo sforzo di trazione nella configurazione deformata.

Infine, al punto (5) si ricorda la verifica dello stato limite ultimo di rottura per trazione dell'FRP.

Questa verifica è senza dubbio la più immediata, essendo una semplice verifica a sforzo normale di trazione, che può essere condotto ora confrontando la tensione di esercizio della fibra con la resistenza di progetto (quest'ultima eventualmente ridotta attraverso un coefficiente di sicurezza sui materiali), ovvero in alternativa confrontando lo sforzo di trazione con quello di rottura del nastro.

A questo punto appare lecito porsi dei quesiti. Dove deve essere posizionato il rinforzo in relazione alle superfici di intradosso e/o di estradosso? E quale deve essere il criterio per il corretto dimensionamento dell'intervento? Quale modalità di collasso deve essere preferita o considerata meno nociva?

Tutti questi interrogativi sono destinati a restare senza risposta, sebbene si possano dare delle indicazioni tutt'altro che insignificanti.

Innanzitutto, in termini generali, il rinforzo può essere posto o solo sull'intradosso per tutto il suo sviluppo, o solo sull'estradosso per tutto il suo sviluppo, o su entrambe le superfici, o parzialmente sia sull'intradosso che sull'estradosso. La scelta può essere dettata da esigenze di intervento: ad esempio in una volta con intradosso avvalorato da

affreschi di notevole importanza sarà impossibile ivi disporre le fibre, così come nel caso di una volta che sostenga un pavimento che non si voglia o non si possa rimuovere, sarà difficile poterle collocare in estradosso. Si pensi, ad esempio, ai beni tutelati.

Da un altro punto di vista, quello strutturale, la disposizione delle fibre all'intradosso ha lo scopo di inibire la formazione di cerniere all'estradosso, mentre, disponendole all'estradosso, si desidera inibirne la formazione all'intradosso. Se facciamo riferimento ad una volta a tutto sesto simmetrica non rinforzata, la cui localizzazione più probabile delle fratture è nota a priori, con lesioni in chiave all'intradosso e alle reni all'estradosso, disponendo il rinforzo su tutto l'intradosso si impedirà l'apertura della fessura in chiave, lasciando libere quelle alle reni; viceversa, disponendolo all'estradosso, la prima lesione che si manifesta in senso temporale, quella in chiave, si formerà subito, ma le ulteriori lesioni alle reni non si manifesteranno. Ne consegue quindi che si potrebbe tentare un intervento locale di rinforzo, disponendolo parzialmente sull'intradosso solo nei pressi della chiave e sull'estradosso solo nei pressi delle reni. Quest'ultimo intervento risulta però il meno efficace in quanto, pur inibendo la formazione delle tre lesioni suddette, in chiave e alle reni, queste compariranno nelle prime sezioni vicine non rinforzate.

Dunque il progettista strutturalista, tenendo conto di tutto ciò, può scegliere se desiderare una modalità di collasso standard con formazione di cerniere da trazione, e allora utilizzerà il rinforzo parziale, oppure se, desiderando un carico ultimo più elevato, accetta la modalità di collasso per delaminazione. In tal caso opterà per un rinforzo completo o su tutto lo sviluppo dell'intradosso o su tutto quello dell'estradosso.

E' possibile anche applicare l'FRP sia in intradosso che in estradosso. Conseguenza: viene inibita la formazione di qualsiasi cerniera sul contorno della volta (fatta eccezione per le sezioni di imposta che non risultano mai vincolate dal rinforzo), la quale crollerà per schiacciamento della muratura.

Il CNR DT 200 / 2004 suggerisce, quando possibile, il rinforzo completo in estradosso, in quanto il fenomeno dell'aderenza, ovvero della possibile delaminazione, risulta governato da tensioni normali di compressione diversamente da quanto accadrebbe disponendolo all'intradosso, con tensioni di trazione, ben più nocive delle prime.

3.5. L'ARCO E LA VOLTA RINFORZATI: LE FASI OPERATIVE DELL'INTERVENTO E DEL POST INTERVENTO.

Vengono descritte nel presente paragrafo le modalità di applicazione di tessuti in composito fibrorinforzato all'estradosso (intradosso) di una volta, con riferimento all'utilizzo di nastri in fibra di carbonio e matrice epossidica.

La disposizione corretta dei nastri sulle superfici strutturali è funzione, oltre che dei parametri di progetto analizzati precedentemente, ovviamente anche della tipologia della volta e quindi del suo funzionamento statico. Tanto per fissare le idee, si ricorda che ogni tipologia di volta, che è un organismo spaziale, può anche essere studiata scomponendola in una successione di archi (generalmente piani): la forma di questi ultimi è dettata dalle regole geometriche costruttive della volta stessa, ovvero dalla curva generatrice dell'arco elementare e dalla direttrice della volta lungo cui si muove l'arco per formarla.

La disposizione corretta deve dunque seguire la curva generatrice; rinforzi longitudinali secondo la direttrice della volta non sono generalmente necessari: il loro unico scopo può essere quello di cucitura degli archi ideali e l'unico caso in cui risulti giustificata questa posizione è il caso in cui siano presenti delle azioni orizzontali, quali quelle di un terremoto.

Si riporta nella figura seguente un esempio di applicazione di rinforzi su una volte a botte cilindrica:



Fig.44 – *Rinforzo di volta a botte in estradosso.*

Ovviamente il placcaggio con tessuti in composito non deve interessare estese superfici della volta, in quanto, tali materiali, come noto, sono impermeabili e non fanno traspirare la muratura. Pertanto l'intervento deve mirare a disporre in maniera diffusa più nastri di rinforzo ad un certo interasse "i", che il CNR-DT 200 / 2004 ha stimato pari a:

$$i \leq 3s_v + L_{FRP}$$

essendo s_v lo spessore della volta e L_{FRP} la larghezza del rinforzo.

La tecnica di intervento, che consiste nel placcaggio estradosale o intradosale della volta con più strisce di FRP, mediante adesivi di natura epossidica, si compone di diverse fasi:

1. rimozione dell'intonaco o quant'altro presente per raggiungere la superficie della volta e riportare a nudo la muratura
2. controllo delle condizioni del substrato, ovvero controllo che il paramento murario sia sano o degradato, quindi del suo stato di conservazione
3. preparazione del substrato, ossia, quando necessario (substrato degradato, come previsto nel punto 2), rimozione e ricostruzione delle parti incoerenti soggette ad esfoliazione, polverizzazione; pulizia delle superfici e asportazione delle parti degradate per umidità e presenza di microvegetazione. Rimozione, mediante spazzolatura, sabbiatura o idropulizia, di eventuali tracce di grassi, oli e polveri ivi presenti. La ricostruzione può avvenire sia con malte tradizionali ad alta resistenza o con rasati di tipo epossidico. Questa operazione è estremamente

importante in quanto la riuscita dell'intervento dipende innanzi tutto dalla qualità del supporto sul quale viene incollato il rinforzo

4. stesura di un prodotto aggrappante detto *primer* mediante rullo o pennello e attesa maturazione per un periodo di tempo compreso tra un'ora e tre ore. Il primer è una resina epossidica bicomponente particolarmente fluida che ha un forte potere impregnante poichè penetra nella struttura con uno spessore di circa 1 centimetro attraverso i capillari della superficie con lo scopo di realizzare un ponte chimico di aggrappo tra la struttura e il rinforzo in composito. E' per questo motivo che la tecnica dell'FRP non è del tutto reversibile.
5. regolarizzazione delle superfici, quando richiesto, con applicazione di un sottile strato di stucco epossidico (rasatura di circa 1-2 mm di spessore), a mano, mediante frettazzo, al di sopra dello strato di primer.
6. a questo punto il processo si diversifica a seconda che si faccia uso del "sistema ad umido" o del "sistema a secco":

Primo sistema: dopo aver lasciato maturare il composto, stesura di una prima mano di resina epossidica adesivo con rullo di gomma rigida o a spruzzo oppure immergendolo in una vaschetta di forma rettangolare facendo uso di guanti impermeabili di gomma, applicazione della fibra di rinforzo inumidita e rullatura con rulli speciali scanalati antibolle, poi ricoprimento con una seconda mano di resina adesiva per impregnare bene la fibra rendendola definitivamente solida con la muratura.

Secondo sistema: stesura a pennello o a rullo di una prima mano di adesivo epossidico e immediata posa in opera del tessuto preimpregnato, che deve essere spianato con cura con le mani protette da guanti impermeabili di gomma, applicazione di una seconda mano di adesivo. Il tessuto infine deve essere pressato dapprima con un rullo di gomma rigida, poi con uno in alluminio

7. è anche possibile applicare più strati di fibre ripetendo più volte il punto (6).

Sovrapposizioni fino a 6-7 strati sono utilizzate nella pratica corrente.

8. la finitura può essere eseguita mediante spolvero di sabbia quarzifera sulla resina ancora fresca per consentire così il successivo aggrappo dell'intonaco.

L'intervento deve essere eseguito a temperature miti, comprese tra i 5°C e i 25°C: le reazioni di catalisi della resina epossidica sono fortemente influenzate dalla temperatura ambientale e della struttura stessa. Climi caldi con temperature superiori ai 25-30°C accelerano velocemente la reazione di catalisi, facendo troppo rapidamente indurire la resina impedendone la messa in opera. Viceversa, temperature troppo basse non consentono di innescare la reazione di catalisi tra i due componenti della resina, impedendone l'indurimento.

Le ditte produttrici di compositi fibro-rinforzati consigliano poi di utilizzare rivestimenti resistenti per proteggerli dalle temperature e dai pericoli d'incendio: la resina epossidica infatti non è in grado di resistere a temperature superiori agli 80-100°C, valore oltre il quale si liquefa, inficiando l'aderenza al supporto. Un adesivo infatti è un materiale, quasi sempre di natura polimerica, in grado di realizzare un collegamento tra due superfici e trasmettere sforzi, per questo detto anche collegamento strutturale.

I collegamenti strutturali possono essere anche realizzati con giunzioni meccaniche, ma sono da preferirsi le giunzioni adesive poiché queste ultime sono in grado di distribuire i carichi in maniera uniforme evitando fori a rischio di concentrazioni tensionali e nello stesso tempo consolidano le parti interessate.

Ovviamente il numero, la lunghezza, la larghezza, lo spessore e il tipo delle fibre sono parametri di progetto che devono essere scelti sulla base di modelli di calcolo non ancora ben definiti.

Essendo questi materiali utilizzati, con funzione di rinforzo nell'edilizia, solo da pochi decenni, non disponiamo di nozioni sul loro comportamento a lungo tempo, pertanto, per

opere di un certo interesse, è consigliato il monitoraggio attraverso o l'uso di sensori incorporati nella matrice o mediante l'esecuzione periodica di prove non distruttive o semi-distruttive finalizzate a tenere sotto controllo parametri significativi quali la temperatura del rinforzo, l'umidità degli ambienti, l'eventuale danneggiamento delle fibre, le deformazioni e i possibili distacchi.

CAPITOLO 4

4.1. MODELLI NUMERICI PROPOSTI PER IL CALCOLO DI ARCHI E VOLTE IN MURATURA RINFORZATI CON COMPOSITI FRP: I BENEFICI OFFERTI DAL RINFORZO.

Per poter correttamente arrivare a formulare e a proporre dei nuovi modelli di calcolo per archi e volte in muratura rinforzate con FRP, oggetto di questo lavoro, è stato ritenuto opportuno prima di tutto indagare nella letteratura tecnico-scientifica le metodologie proposte da gruppi di ricercatori che hanno potuto confrontare i test sperimentali fatti in laboratorio su modelli in scala con i risultati ottenuti dai loro schemi matematici.

Come sempre, trattandosi di modelli numerici di calcolo, la rappresentazione di un certo fenomeno può essere aderente alla realtà solo parzialmente: l'intenzione è proprio quella di cogliere i principali aspetti del comportamento di tali strutture quando vengono rinforzate, tenendo presente anche il loro comportamento in una analoga situazione priva di rinforzo.

In effetti abbiamo precedentemente evidenziato che il materiale “muratura rinforzata” si configura come un “materiale innovativo”, le cui caratteristiche e il cui comportamento sono ancora oggetto di studio. Il percorso di equilibrio σ - ε si discosta fortemente da quello della muratura ordinaria e le modalità di collasso sono dettate da nuovi fattori e quindi si differenziano fra loro. Il problema è quello di ricercare appunto dei nuovi stati limite, diversi da quelli della muratura ordinaria, che non devono essere mai superati

affinché la struttura sia stabile. Definiti gli stati da contemplare, che abbiamo riconosciuto essere cinque:

a) equilibrio della struttura, b) compressione nella muratura, c) taglio nei giunti di malta, d) aderenza rinforzi-substrato, e) trazione nei rinforzi,

e analizzati i corrispondenti limiti che non devono essere superati:

a) meccanismo o fessurazione per trazione, b) schiacciamento della muratura, c) scorrimento dei laterizi lungo i giunti di malta, d) delaminazione, e) rottura dell'FRP,

si è avvertito sempre più il bisogno di riuscire a descrivere un modello strutturale e numerico capace di prendere in considerazione tutti questi fattori insieme. Purtroppo però la pretesa è eccessiva e ci si è orientati, ognuno a proprio modo, a formulare dei modelli semplificati dai quali ottenere informazioni ritenute fondamentali.

Con tale criterio, in questa sede sono stati proposti due modelli strutturali:

- il primo, che vuole essere in grado di cogliere quasi tutti gli aspetti succitati che possono mandare in crisi una struttura rinforzata, è un **“modello completo”** che necessita però di ulteriori sviluppi per ottenere i risultati desiderati
- il secondo, più semplice, vuole invece cogliere l'aspetto, ritenuto più importante, dell'accoppiamento fibra-struttura, il problema della crisi per delaminazione. Un rinforzo correttamente dimensionato e ben posto in opera deve essere capace di incrementare la portanza e la duttilità della struttura senza peraltro produrre danni irreversibili quali la rottura di un mattone per schiacciamento o anche la rottura della fibra. Questo secondo modello può essere così definito come un **“modello a delaminazione”**.

In effetti questo modo di procedere non è poi così diverso, da quello dei gruppi di ricercatori sopra menzionati (i cui articoli consultati sono riportati in bibliografia), alcuni dei quali, appunto, propongono propri modelli di calcolo in relazione alla modalità di crisi che desiderano cogliere, ignorando volutamente le altre che vengono ritenute

secondarie, oppure ancora in relazione all'effetto e ai benefici apportati dal rinforzo sulla struttura. In quest'ultimo caso il rinforzo non appare nel modello come "elemento aggiuntivo" ma soltanto come un elemento che sarebbe già presente nella modellazione della struttura priva di rinforzo, ma che, dovendo simulare le prestazioni del rinforzo, acquisisce proprietà diverse (ad esempio la resistenza a trazione e/o le sue proprietà elastiche). Altri ancora, invece di formulare modelli numerici da applicarsi a vere e proprie strutture, come archi, volte, pannelli, propongono relazioni matematiche semplificate per l'indagine mirata di certe sezioni della struttura in cui sia presente anche il rinforzo, con lo scopo, ad esempio, di cogliere il problema dell'aderenza e della trazione e di ricercare, all'interno di una certa struttura, quale sia la prima sezione candidata alla crisi, che spesso sembra non essere quella prevista: la sezione di massimo sforzo di trazione.

Esistono così in letteratura modelli di calcolo a livello locale di sezione, che valutano la possibilità di crisi per perdita di aderenza o per rottura da trazione del rinforzo; Questi modelli, per valutare gli sforzi di peeling, di aderenza e di trazione, utilizzano gli sforzi ricavati da un modello di struttura che non contiene il rinforzo quale elemento aggiuntivo ma come elemento fittizio (che non c'è ma che conferisce alla muratura ordinaria certe proprietà di cui per sua natura non dispone). Ci sono modelli di analisi che invece dichiarano di voler analizzare un solo stato limite per volta: modelli orientati verso il problema della delaminazione, altri verso il problema della rottura della fibra, altri ancora verso il problema dello schiacciamento della muratura o della crisi per scorrimento.

4.2. PRIMA PROPOSTA: IL “MODELLO COMPLETO”.

Il primo modello proposto è un arco su imposte fisse, ovvero un sistema arco-piedritti con rinforzo in materiali compositi fibrorinforzati che possono essere disposti sia in intradosso che in estradosso, o essere presenti contemporaneamente in intradosso e in estradosso. E' prevista anche la possibilità di rinforzo discontinuo, limitato in certe zone, che, però, come ricorda il CNR-DT 200 / 2004 e come dimostrano i test di laboratorio, non è risolutivo del problema, in quanto è tale da trasferire gli effetti da una sezione rinforzata alla prima disponibile nelle immediate vicinanze che non è rinforzata: si assiste dunque ad una migrazione degli sforzi, delle fratture e dei punti di cerniera.

La struttura voltata viene modellata con riferimento alla metodologia proposta sia dal Prof. Di Pasquale, che dai Prof. ri Paradiso, Tempesta, Briccoli-Bati, assumendo che sia costituita da conci rigidi con interfacce sia fessuranti (giunto rigido-fragile) che elasticamente deformabili a compressione (giunto elastico-fessurante): la trazione non è ammessa e la crisi può avvenire esclusivamente per trasformazione della struttura in un meccanismo, causato dalla formazione di un congruo numero di cerniere alternate.

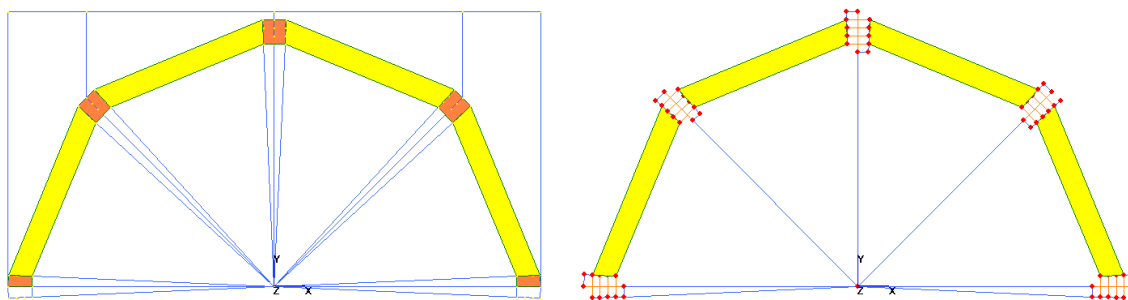


Fig. 45 – Modello schematico di arco di quattro conci, con giunti elastico-fessuranti schematizzati da un treno di 4 bielle normali unilaterali ed una tangenziale bilaterale.

Per poter considerare i principali aspetti del rapporto struttura rinforzo, quest'ultimo viene pensato costituito da un certo numero di elementi (il nastro viene mesciato), dotati di peso proprio, sebbene irrisorio, vincolati tra di loro e con la struttura.

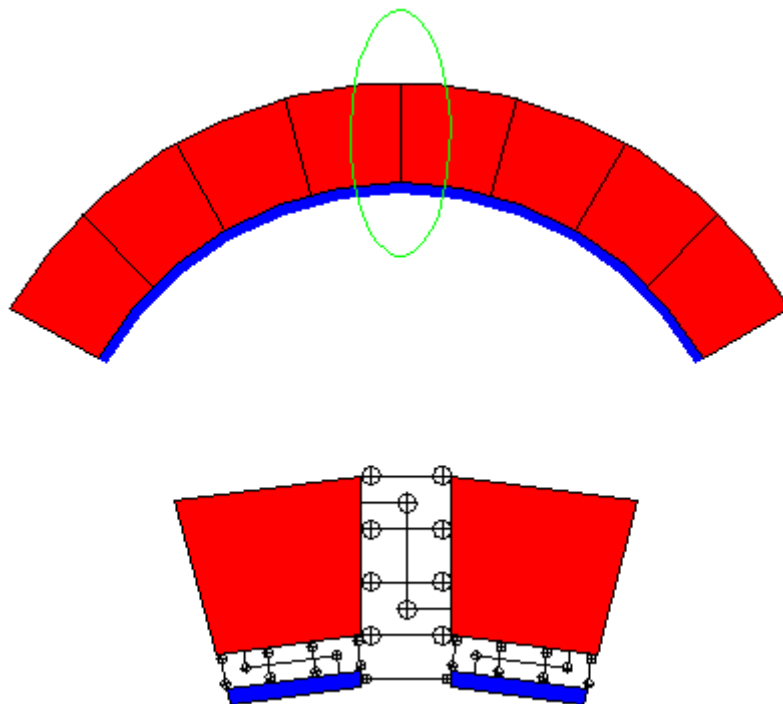


Fig. 46 – Il “Modello completo” descrive la struttura attraverso conci di LATERIZIO e bielle di MALTA e il rinforzo con conci di FRP e bielle di adesivo e di FRP.

Il giunto di connessione tra fibra e supporto è modellato, con riferimento allo schema elastico-fessurante, da un treno di bielle da sforzo normale (bielle tipo 1) e da una biella da taglio (bielle tipo 2).

Il giunto di connessione tra un concio di rinforzo e il successivo è descritto attraverso una sola biella da sforzo normale (bielle tipo 3). La prima e l'ultima biella di questo tipo, con riferimento alla figura sotto riportata, rappresentano dei “vincoli a terra”, oppure dei “vincoli di connessione con il primo concio di struttura non rinforzato”, nel caso specifico i due piedritti; pertanto dovrebbero simulare la cosiddetta “lunghezza di ancoraggio”.

Ne consegue che il rinforzo viene descritto contemporaneamente sia come insieme di conci di calcolo sia come insieme vincoli. In quanto conci, la scrittura delle equazioni di equilibrio e di congruenza deve essere estesa dai conci strutturali anche a quelli di rinforzo; in quanto vincoli interni, essi consentono di “leggere”, interfaccia per interfaccia, lo sforzo di trazione a cui è soggetto il rinforzo, fornendo così indicazioni sulla possibilità di rottura del nastro qualora venga superata la sua tensione limite di trazione.

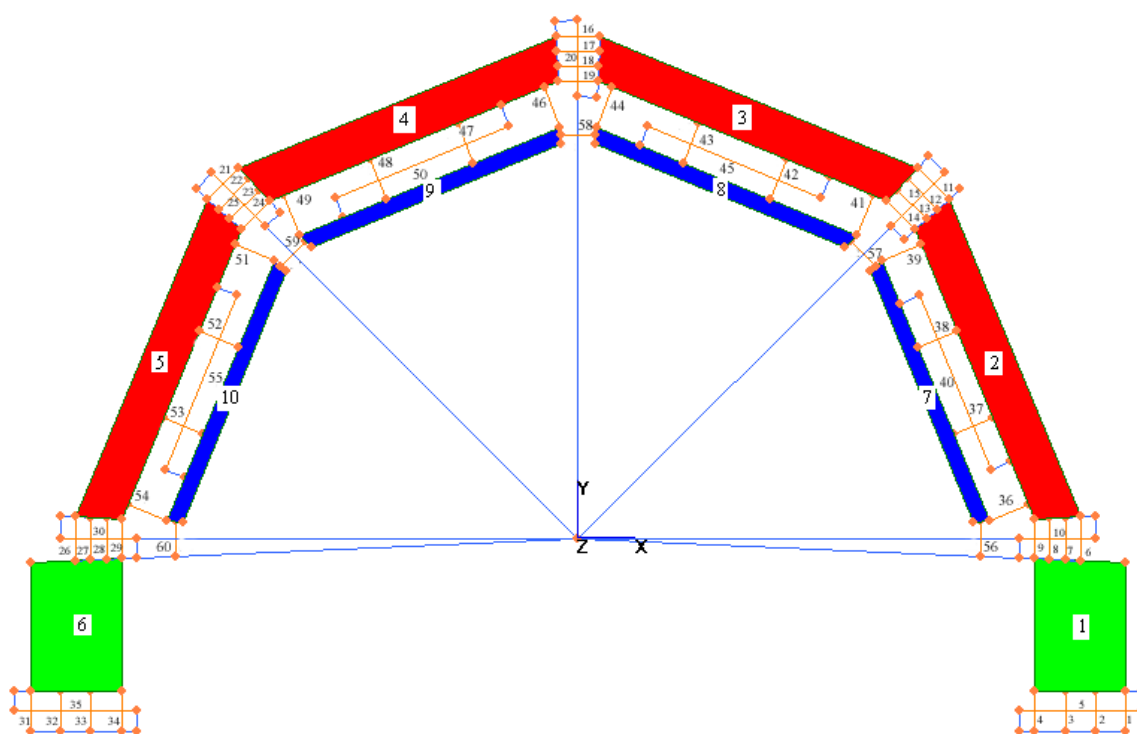


Fig. 47 – *Modello di arco con rinforzo continuo in intradosso.*

Le bielle di tipo 1 misurano invece gli sforzi di “peeling”, quella tensione di trazione responsabile del meccanismo di collasso “a strappo”, che è dovuta alla particolare geometria curvilinea dell’arco. La delaminazione del rinforzo è anche dovuta però alla perdita di aderenza, informazione controllabile attraverso le bielle di tipo 2.

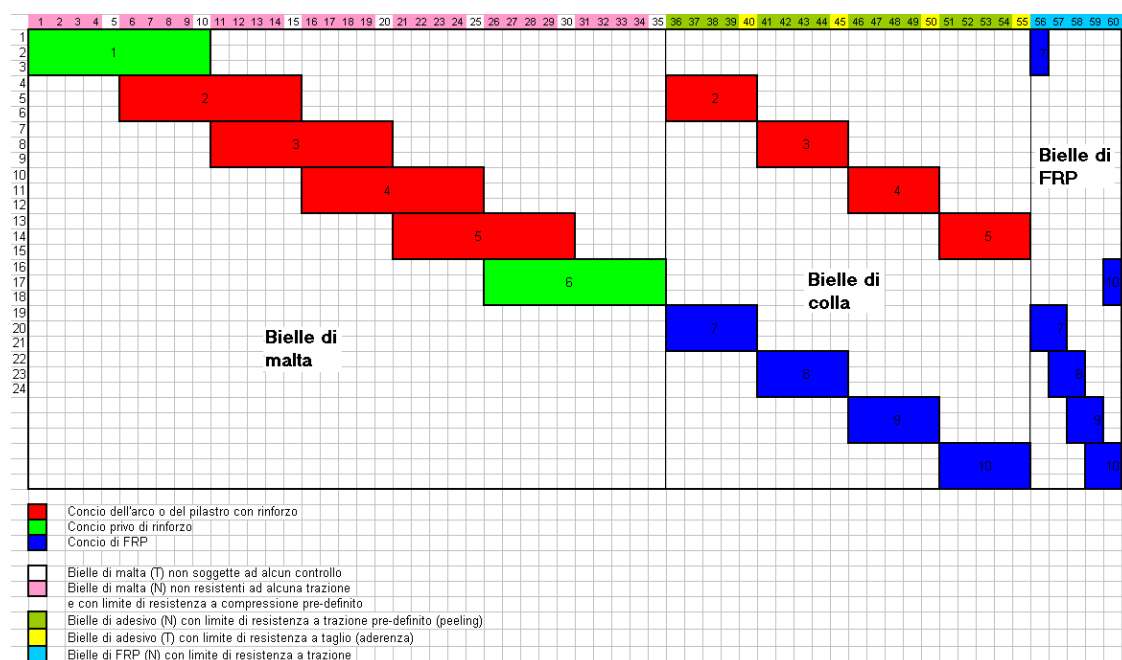


Fig. 48 – La matrice di equilibrio $[A]$ riferita alla struttura di figura precedente. I rettangoli rossi corrispondono alle equazioni di equilibrio dei conci dell'arco rinforzati, quelli verdi ai conci dei piedritti privi di rinforzo, quelli blu ai conci di FRP. In senso orizzontale è possibile leggere le tre equazioni cardinali della statica per ogni concio oggetto di calcolo, in senso verticale sono evidenziate le incognite sforzi col seguente ordine: le bielle da 1 a 35 schematizzano i giunti di malta, quelle da 36 a 55 quelle di colla, quelle da 56 a 60 quelle di FRP.

Delle bielle di malta che collegano i conci della struttura, quelle disposte ortogonalmente ai giunti sono ancora considerate unilaterali a compressione, quelle tangenziali bilaterali. Per questo motivo non è possibile cogliere la crisi per schiacciamento o per scorrimento dei laterizi anche se in realtà l'algoritmo potrebbe comunque essere modificato dando un limite agli sforzi di compressione e di taglio.

L'algoritmo utilizzato per la soluzione fa riferimento al "metodo delle distorsioni" e al "metodo dell'inversa generalizzata" precedentemente descritti nel caso di archi in muratura ordinaria, riformulati in virtù della presenza del rinforzo.

Privilegiando la crisi per delaminazione, l'algoritmo, implementato in VisulBasic, è tale da intervenire, quando occorre, sia sulle bielle di malta tese, che sulle "bielle di adesivo" tese oltre un certo limite. Si precisa che il termine "bielle di adesivo" è solamente simbolico e pertanto dovrebbe essere sostituito con "bielle di mattone": la delaminazione infatti non avviene nello strato di colla ma all'interno del mattone, con asportazione e

lacerazione di parte di quest'ultimo (ripping). Pertanto la tensione limite di riferimento da assumersi nel calcolo non è quella della colla ma quella molto più bassa del mattone.

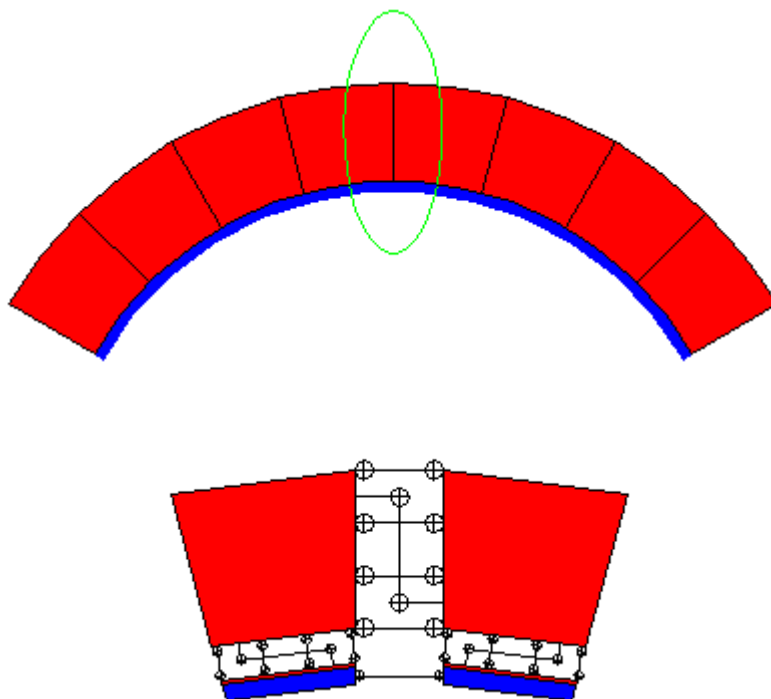


Fig. 49 – *Modello di arco rinforzato: la delaminazione investe una sezione interna del concio strutturale*

In particolare il nucleo chiave della metodologia con la quale interviene per “aggiustare” la soluzione standard, non accettabile in termini di segno”, diventa la seguente:

- 1) Si partiziona il vettore degli sforzi $\{X\}$ evidenziando il sottovettore che contiene gli sforzi nelle bielle di malta ortogonali ai giunti e il sottovettore delle bielle di colla soggette al peeling (bielle tipo 1)
- 2) Se nel sottovettore delle bielle di malta $\{X_{MALTA}\}$ esiste uno sforzo di trazione, vai al punto (3), altrimenti vai al punto (4)
- 3) Cerca in $\{X_{MALTA}\}$ lo sforzo di trazione max e, se superiore al valore limite stabilito (zero se materiale NRT), azzeralo introducendo le opportune distorsioni. Torna al punto (2).
- 4) Se nel sottovettore delle bielle di colla $\{X_{COLLA}\}$ esiste uno sforzo di trazione, vai al punto (5), altrimenti END.

- 5) Cerca in $\{X_{COLLA}\}$ lo sforzo di trazione max e, se superiore al valore limite stabilito (tensione di rottura per trazione del laterizio piuttosto che quella di rottura della colla), azzeralo introducendo le opportune distorsioni. Torna al punto (2).

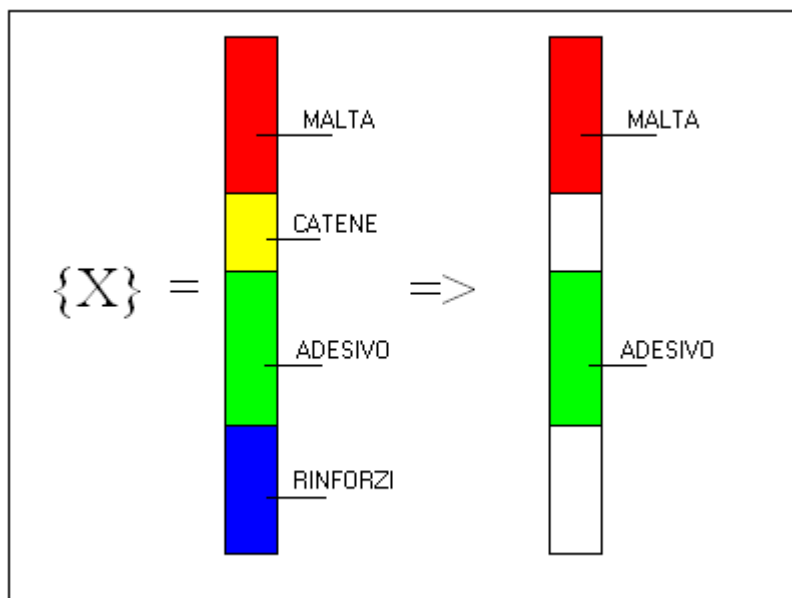


Fig. 50 – Il vettore degli sforzi X può essere pensato partizionato in quattro parti: le bielle di malta, le bielle che simulano le catene ove presenti, le bielle di colla (adesivo) e quelli di FRP. L'algoritmo si concentra esclusivamente sui due sottovettori contenenti le bielle di malta e le bielle di colla.

Alla fine del processo iterativo la struttura risulta o stabile con possibilità di fratture per trazione nei giunti di malta e di delaminazione della fibra, oppure, in caso di non convergenza dell'algoritmo (che avviene nel momento in cui ad un certo step il vettore degli sforzi $\{X\}$ non è più in grado di equilibrare i carichi; in altre parole quando la struttura si è trasformata in un meccanismo) instabile.

L'algoritmo riportato nella figura seguente illustra sommariamente la metodologia del calcolo.

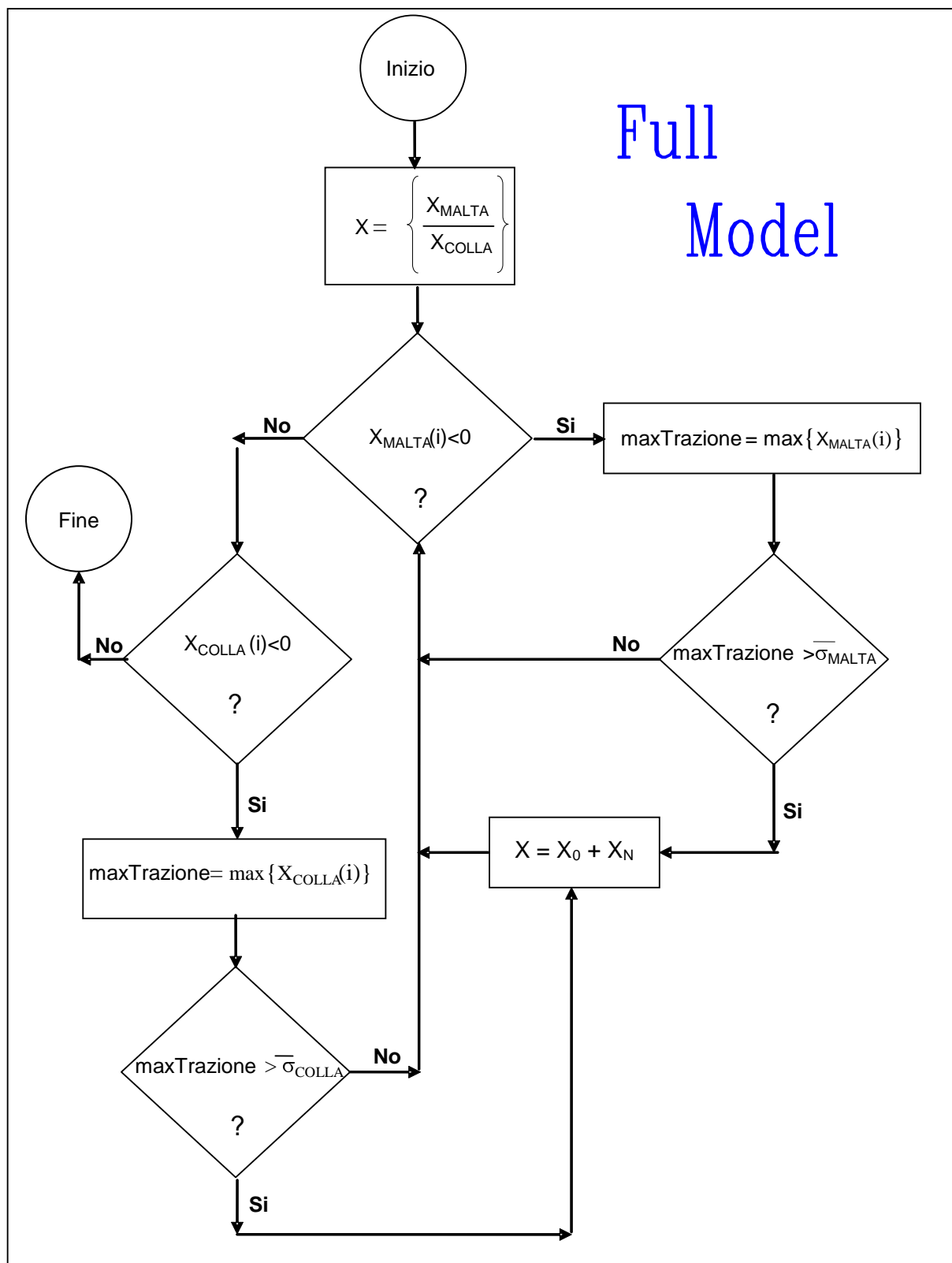


Fig. 51 – Diagramma di flusso per il “modello completo” di arco fibro-rinforzato. E’ riportato simbolicamente solo il cuore principale del calcolo.

4.3. SECONDA PROPOSTA: IL “MODELLO A DELAMINAZIONE”.

Il secondo modello proposto ha uno scopo ben preciso: studiare il problema del collegamento tra il rinforzo e la struttura, che di solito è considerato l'anello debole dell'intervento, anche perché spesso, per regolarizzare il supporto, è necessario disporre uno strato di malta di allettamento sulla superficie della struttura sulla quale avverrà poi l'incollaggio. Questa operazione è sempre sconsigliata ai fini dell'aderenza, ma spesso inevitabile.

Un modello si è fatto, sebbene ancora rozzo e suscettibile di ulteriori migliorie, è del tutto mirato e orientato a cogliere certi aspetti, ritenuti in questa sede predominanti per lo studio della stabilità degli archi e delle volte rinforzati in materiali compositi, piuttosto che altri, i quali sono invece considerati secondari e che inoltre, in accordo ad una corretta progettazione del rinforzo, possono essere fin da subito scongiurati. Il problema della delaminazione, di scollamento cioè della fibra dall'arco è un fenomeno ricorrente ed una modalità di crisi tipica: si è ritenuto così opportuno proporre un modello che consenta la monitorizzazione del fenomeno step-by-step per poterlo tenere sotto controllo. Viceversa la rottura dell'FRP per trazione viene considerato un fatto secondario, in quanto, prima che ciò avvenga, in qualche sezione il problema del distacco deve già essersi verificato. Così pure può essere comunque trascurato, almeno per il momento, il problema del collasso per schiacciamento della muratura, in quanto anche questo fenomeno, di solito, avviene in un secondo tempo.

La buona progettazione dell'intervento di rinforzo è alla base della sua riuscita ma è funzione di tantissime variabili, delle quali, solo alcune possono essere controllate:

- Il tipo di rinforzo e di adesivo che vengono impiegati
- La modalità di collocamento in opera
- La posizione (collocazione) del rinforzo sulla struttura (es.: intradosso, estradosso, rinforzo continuo, rinforzo locale su pochi conci...)
- La sezione resistente del rinforzo
- La struttura da rinforzare e il suo stato di conservazione

A queste potremmo aggiungerne molte altre.

Ma soprattutto, una corretta progettazione del rinforzo deve essere tale da prediligere, e quindi consentire di prevedere, una possibile modalità di collasso piuttosto che un'altra, anche in funzione del conseguimento del minor danno. Perciò, ricollegandosi al discorso iniziato poc'anzi, la crisi per eccessiva compressione dovrebbe essere sempre evitata, in quanto compromette irrimediabilmente la struttura. Allo stesso modo dovrebbe essere evitata la rottura dell'FRP, in quanto, una volta attivatasi, il collasso della struttura è sicuramente imminente.

L'algoritmo in esame, quindi, cerca di analizzare il problema all'origine, controllando il primo campanello di allarme che, quando suona, avvisa che qualcosa nella struttura sta cambiando, senza per altro condurre per forza alla crisi.

Per poter prendere in considerazione la possibilità di rottura della malta in presenza di sforzi di trazione e di delaminazione per peeling e per perdita di aderenza del rinforzo, il modello di un arco rinforzato viene così proposto:

- Modello a conci rigidi (mattoni) con giunti di malta o rigido-fragili o elastico-fessuranti
- Giunti di malta descritti attraverso un sistema di bielle da sforzo normale resistenti a compressione e debolmente o per niente resistenti a trazione ed una biella da taglio bilatera

- Il rinforzo viene schematizzato da una serie di bielle bilatere che collegano concio per concio i loro punti medi del profilo di intradosso (estradosso)

La formulazione numerica per la risoluzione di un simile problema, pur facendo ancora riferimento ai metodi dell'inversa generalizzata e delle distorsioni già citati, propone delle varianti sostanziali per tener conto del processo di distacco della fibra dal supporto nel tempo.

Sia fatto riferimento ad un arco di ' n ' conci ed ' $n+1$ ' interfacce, con rinforzo intradossale. Per simulare il rinforzo disponiamo in intradosso ' $n+1$ ' aste (discretizzazione della fibra in elementi biella). Tali aste collegano i punti medi dei segmenti di intradosso di ogni concio.

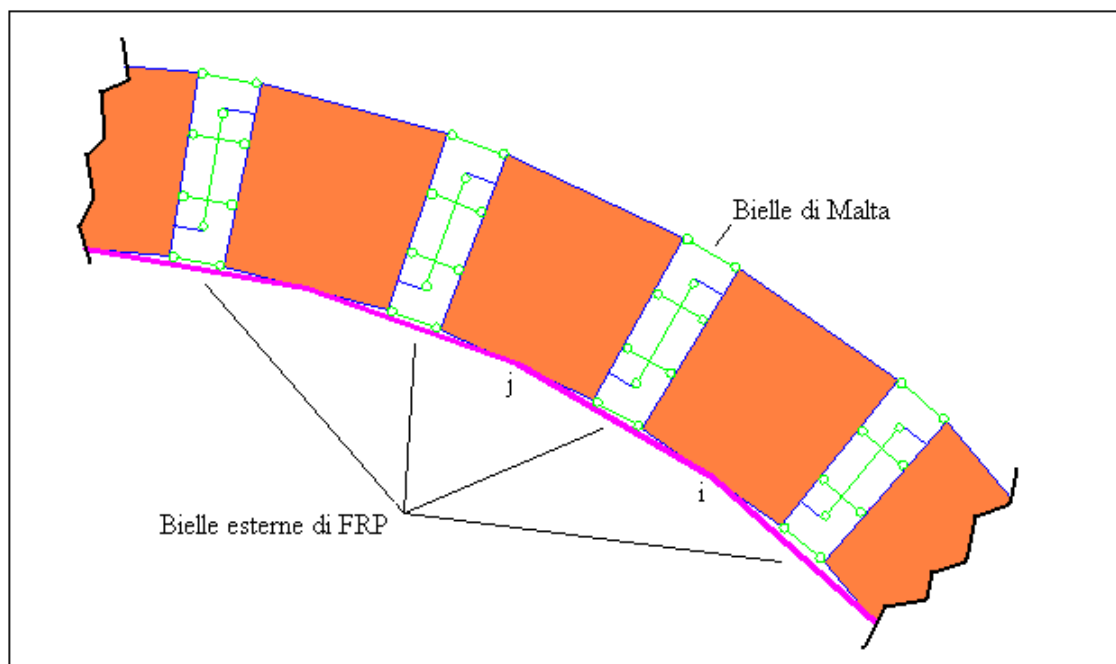


Fig. 52 – “Modello a delaminazione”

Se il numero di bielle di malta presenti su ogni interfaccia viene scelto pari a ' k ', la matrice di equilibrio $[A]$, dato il numero dei conci e dei vincoli complessivi, quelli di malta più quelli esterni, è costituita da $(n \times 3)$ righe e da $(k \times n + 1 + n + 1)$ colonne. Analogamente la matrice $[K]$ che esprime le deformabilità delle bielle di malta e delle bielle che simulano il rinforzo esterno, è una matrice diagonale quadrata di ordine pari al

numero delle colonne di $[A]$. Il vettore dei carichi $\{F\}$ è un vettore colonna di ordine ($n \times 3$).

L'algoritmo di calcolo proposto può essere sintetizzato nei seguenti punti:

1. Costruzione del vettore dei carichi $\{F\}$
2. Costruzione delle matrici iniziali $[A]$ (equilibrio) e $[K]$ (deformabilità)
3. Calcola la soluzione standard $X_0 = G F$
4. Ricerca tutte le aste di malta tese. Se trovate, azzerale tutte inserendo le distorsioni ($X = X_0 + X_N$). Altrimenti vai al punto (5)
5. Calcola gli sforzi di peeling nei punti medi del segmento di intradosso di ogni concio, generato dagli sforzi delle coppie di aste che simulano il rinforzo, ivi connesse al concio
6. Se nel vettore contenente tutti gli sforzi di peeling sottesi ai conci esiste uno sforzo di trazione superiore al limite consentito (rottura del laterizio piuttosto che della colla), vai al punto (7). Altrimenti END. L'arco è stabile
7. Cerca il concio interessato dal max sforzo di peeling ed attiva il processo di delaminazione. Questo processo viene simulato eliminando dal modello le due aste s e t di FRP che hanno generato tale sforzo che vengono sostituite da una nuova asta s' , che ha come nodi di estremità il primo nodo di s e l'ultimo nodo di t . In questo modo, detti i e j rispettivamente il primo ed ultimo nodo di estremità di ogni asta del rinforzo, la fibra si delamina disponendosi secondo la retta $i-j$ (nodo i dell'asta s e nodo j dell'asta t).
8. Riconfigura le matrici $[A]$ e $[K]$ per adeguarsi al nuovo modello, che adesso è costituito da un'asta di rinforzo in meno. In particolare ora $[A]$ ha una colonna in meno e $[K]$ una riga ed una colonna in meno.

9. Nel riconfigurare le matrici, tieni in memoria le fratture precedentemente aperte nei giunti di malta. Per fare ciò, trasforma le colonne di $[A]$ corrispondenti alle bielle azzerate (rotte) in colonne zero.

10. Torna al punto (4)

Con riferimento all'arco riportato nella seguente figura, si segua idealmente il processo numerico che eseguirebbe l'algoritmo per raggiungere la soluzione finale.

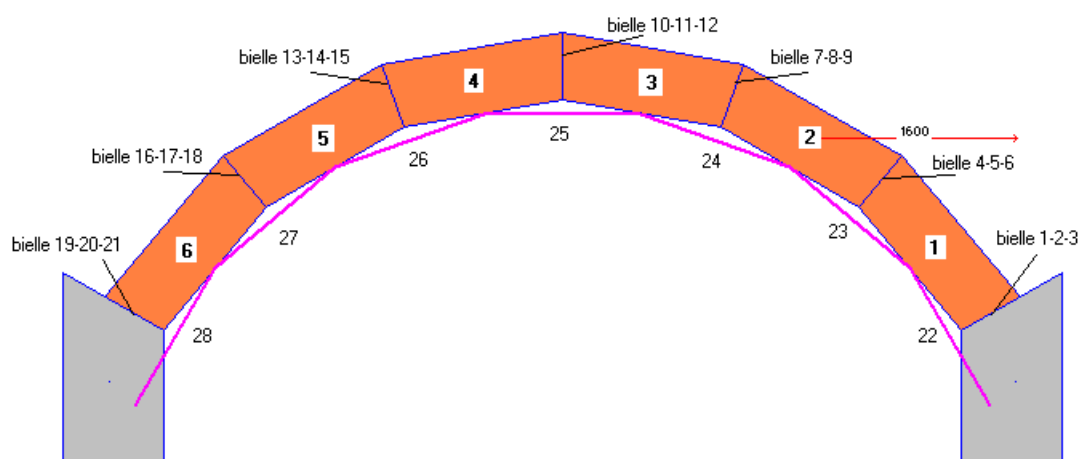


Fig. 53 – *Il modello nella configurazione iniziale*

Il modello è costituito da sei conci di muratura, vincolati tra di loro da giunti rigido-fragili descritti con tre bielle (due bielle da N , una all'estradosso ed una all'intradosso, ed una da T), per un totale di 21 bielle. Il rinforzo collocato in intradosso è simulato con sette bielle (numerate dalla 22 alla 28), ciascuna delle quali collega due conci contigui. La prima e l'ultima della serie (bielle 22 e 28) sono ancorate a terra, ovvero ai piedritti, così da simulare la lunghezza di ancoraggio che lo stesso CNR-DT 200 / 2004 richiede. Generalmente, infatti, la disposizione del rinforzo all'intradosso è tale da inibire la formazione di cigli fessurativi in tutte le sezioni di intradosso, tutte eccetto la prima e l'ultima (imposte). Queste due sezioni risultano infatti spesso scoperte dalla fibra. Essendo però tale disposizione assai discutibile, tanto è vero che sono anche previsti anche dei metodi di ancoraggio meccanici per scongiurare la delaminazione di estremità,

il modello proposto prevede anche in questi due punti tali aste, che, nel processo di eliminazione seguito dall'algoritmo, verranno ignorate.

Per prima cosa vengono costruite le matrici di input, la $[A]$, la $[K]$ e il vettore $\{F\}$.

La matrice $[A]$ è una matrice rettangolare di dimensioni (18×28) , la $[K]$ è una matrice quadrata di ordine 28 e il vettore $\{F\}$ è costituito da 18 coefficienti disposti in colonna.

A questo punto si risolve il sistema matriciale costituito da un set di equazioni di equilibrio e da uno elasto-cinematico. La soluzione ottenuta viene definita soluzione standard, in quanto corrisponde alla stessa struttura pensata costituita di materiale standard, ossia di acciaio.

$$X_0 = G F$$

Si partiziona il vettore degli sforzi in due sottovettori: il primo contiene gli sforzi nelle bielle di malta, il secondo gli sforzi nelle bielle di FRP.

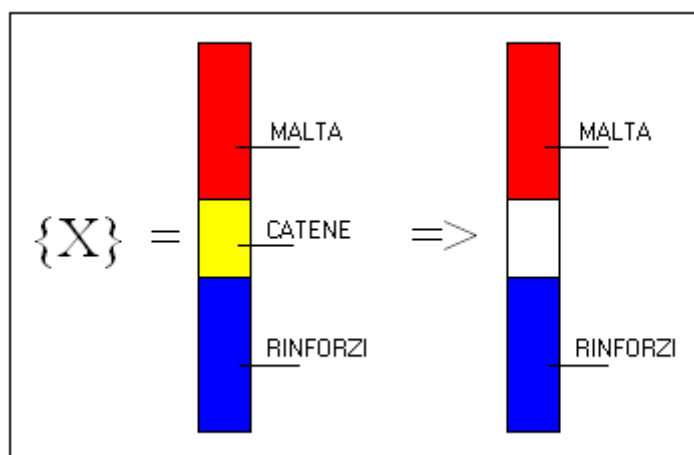


Fig. 54 – Il vettore degli sforzi X può essere pensato partizionato in tre parti: le bielle di malta, le bielle che simulano le catene ove presenti e quelli di FRP. L'algoritmo si concentra esclusivamente sui due sottovettori contenenti le bielle di malta e le bielle di FRP.

Se nel sottovettore contenente gli sforzi nella malta ci sono sforzi di trazione inaccettabili, introducendo le distorsioni si annientano. Questa operazione viene definita un grande *loop* perchè contiene in realtà tutte le *iterazioni* necessarie per annullare tutte le trazioni trovate. Così il grande *loop* è un insieme di tanti *step*.

Al termine del *loop* tutte le bielle di malta sono di compressione (al massimo ce ne sono alcune scariche e sono tante pari al numero di *step* compiuti).

Successivamente si passa a leggere gli sforzi nelle aste esterne. Il segno fornisce indicazioni sul verso dello sforzo, ovvero se l'asta è tesa o compressa. Essendo il numero di conci connessi, ciascuno, da due bielle di FRP, il vettore degli sforzi di peeling sarà costituito al primo *loop* da sei coefficienti. Il primo coefficiente si ottiene proiettando gli sforzi nelle aste 22 e 23 sulla ortogonale alla direzione del segmento di intradosso del concio 1 (componenti di vettori) e sommandoli numericamente tenendo presente il segno. Il secondo coefficiente si ottiene proiettando gli sforzi nelle aste 23 e 24 sulla ortogonale alla direzione del segmento di intradosso del concio 2; e così via fino all'ultimo coefficiente.

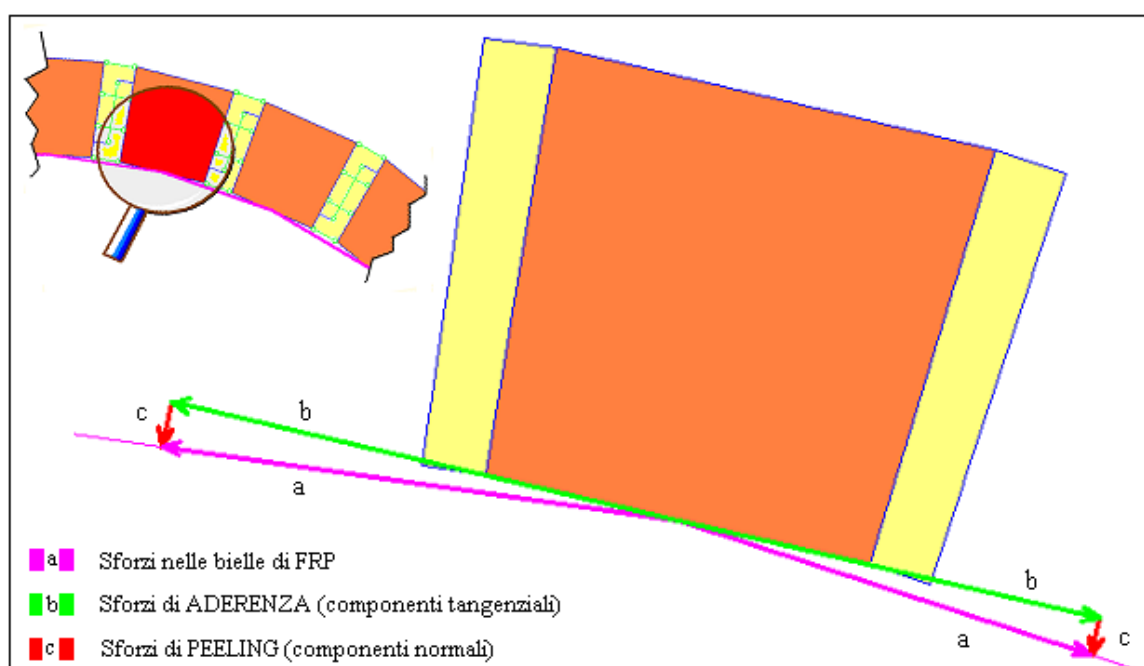


Fig. 55 – Calcolo degli sforzi di peeling responsabili del meccanismo di delaminazione a strappo e degli sforzi tangenziali responsabili del meccanismo di delaminazione per perdita di adesione

Se tra questi sei coefficienti ce ne sono alcuni di trazione, si prende in considerazione il massimo sforzo di peeling e si confronta con la tensione limite oltre alla quale si scolla la fibra. Se è più bassa il problema non si pone, se è più alta la fibra si stacca da sotto il concio, disponendosi secondo una retta. Nell'ipotesi che il massimo sforzo di peeling sia

The diagram illustrates a timber arch structure with 21 numbered rafters (bielle) arranged in a semi-circular pattern. The rafters are numbered 1 through 6 from right to left. The arch is supported by two grey abutments. Key dimensions and labels include:

- bielle 1-2-3**, **bielle 4-5-6**, **bielle 7-8-9**, **bielle 10-11-12**, **bielle 13-14-15**, **bielle 16-17-18**, **bielle 19-20-21**
- 21**, **22**, **23**, **24**, **25'**, **26'**, **27'**
- 1600** (horizontal dimension)
- 1**, **2**, **3**, **4**, **5**, **6** (rafter numbers)

A questo punto viene riconfigurata la matrice [A]: le colonne di [A] numero 27 e 28 vengono scalate di un posto, diventando la nuova 26' e 27'; viene costruita la nuova colonna 25' che viene soprascritta alla precedente colonna 25 ed infine ridimensionata la matrice che adesso risulta con una colonna in meno.

Con i soliti accorgimenti anche la matrice $[K]$ deve essere opportunamente modificata, risultando alla fine più piccola di un ordine.

113

Il diagramma di flusso simbolico riportato nella figura successiva illustra il cuore dell'algoritmo.

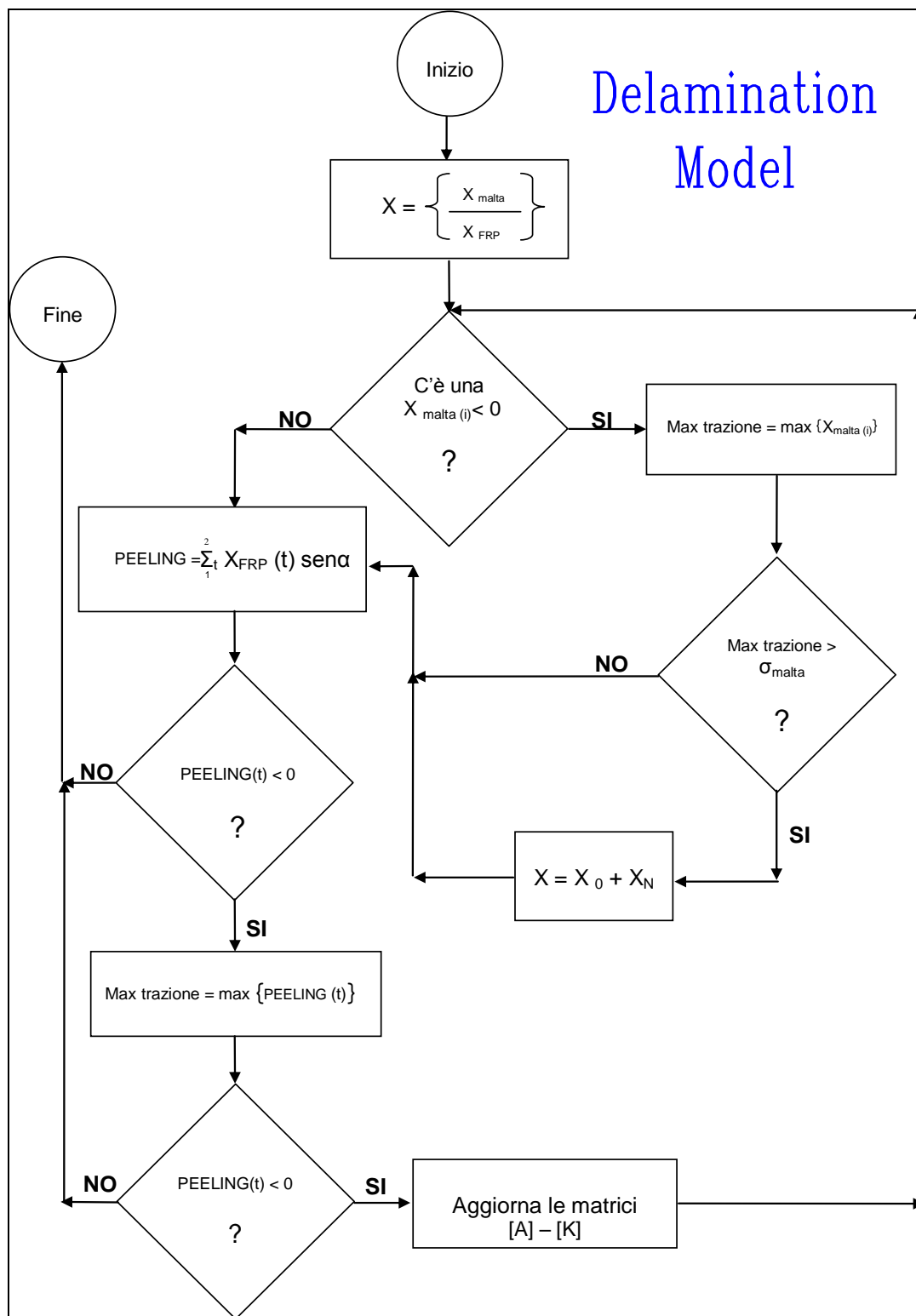


Fig. 57 – Diagramma di flusso dell'algoritmo proposto per la risoluzione del “Modello a delaminazione”

4.4. UN ESEMPIO NUMERICO.

Vengono presentati, con questo esempio, i primi risultati numerici riferiti all'analisi di un arco a tutto sesto di profondità pari ad un metro lineare, su imposte fisse orizzontali, con raggio interno di 3 ml e spessore costante di 35 cm. L'arco è pensato in muratura di mattoni (peso specifico 1800 kg/mc) e viene discretizzato con 11 conci.

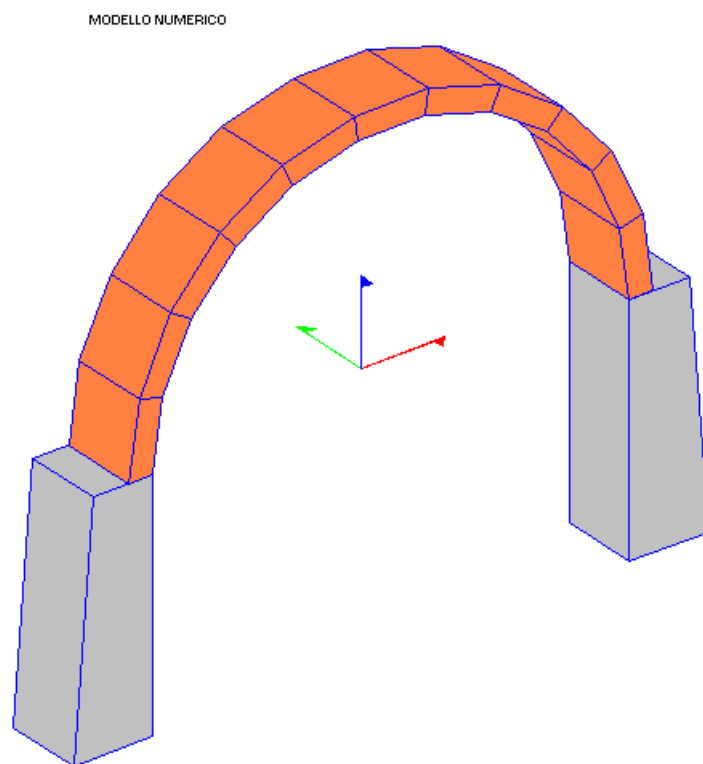


Fig. 58 – *Modello rigido-fragile di arco in muratura.*

E' opportuno notare che il suo rapporto di stabilità $\frac{t}{R}$ è pari a 0.1. Essendo richiesto che l'arco di minimo spessore abbia almeno un rapporto limite pari a 0.106 (Couplet, 1730) per essere in grado di sostenere il suo stesso peso proprio, è evidente che la struttura in esame non può risultare stabile. Eseguendo infatti il calcolo utilizzando il metodo

dell'inversa generalizzata (giunti rigido-fragili), è possibile osservare che l'algoritmo esegue tre iterazioni per correggere le bielle di malta tese, trasformando così la struttura originariamente tre volte iperstatica in una isostatica fratturata in tre sezioni. Il vettore degli sforzi {X} contiene però ancora dei termini negativi (trazione) che non può compensare con un quarto step perché, procedendo per questa strada, l'arco diventerebbe un meccanismo.

```
*****
PARAMETRI GEOMETRICI
*****
(S)-(T)-(E), File: "Esempio.ste"
Ultima modifica, 18:03:29 giovedì, 25 ott 2007
*****
```

--> Modello di interfaccia

Modello: RIGIDO-FRAGILE
Ogni interfaccia è stata discretizzata con 3 bielle,
di cui 2 sono da sforzo normale e 1 da taglio.

Spessore intradossale del giunto : 0 cm
Resistenza a trazione del giunto : 0 kgf/cm²

--> Arco TUTTO SESTO

Spessore dell'arco	= 30 cm
Freccia	= 0 cm
Corda	= 600 cm
Peso specifico della muratura	= 1800 kgf/mc
Quota di rinfiango	= 350 cm
Peso specifico del rinfiango	= 0 kgf/mc
Spessore sottofondo	= 5 cm
Peso specifico del sottofondo	= 0 kgf/mc
Spessore pavimento	= 7 cm
Peso specifico del pavimento	= 0 kgf/mc
Sovraccarico accidentale	= 0 kgf/mq
AngoloImpostaDestra	= 0.0000°
AngoloImpostaSinistra	= 180.0000°
Profondità (in pianta)	= 100 cm
Numero di conci	= 11

PROSPETTO: Curva delle Pressioni - Step: Statica (STEP 3)

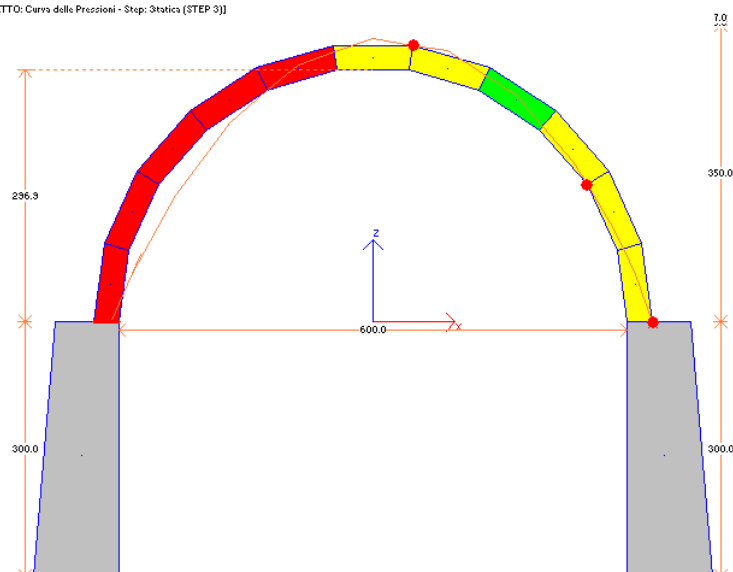


Fig. 59 – L'arco, sotto peso proprio, risulta instabile.

FILE: "Esempio.ste"
Motore di calcolo: SOLUTORE VC++6
VETTORE DEGLI SFORZI {X} (36)

X(3)

2546.11795341699
0
958.737051681944

540.85301469279
1712.42169727049
337.591013923651

0
1853.9601598757
-51.814920212507

268.25147751024
1182.18532249325
-209.861326880846

743.021991668282
390.459035069868
-174.075452510685

970.32323429587
0
-12.0134428465887

715.206859824489
280.628011916994
189.450778749006

-1.65912031858181
1209.60825825773
337.137870717804

-905.664737089423
2473.49315855458
345.338480041717

-1508.04760705535
3512.81252763655
148.7312550895

-1179.15293639759
3604.42824346853
-287.087082399281

753.49831118229
1971.8816064597
-958.737051682801

Si provi adesso ad inserire un rinforzo intradosale in composito CFRP per verificare quale sia la risposta dell'arco, utilizzando il secondo modello proposto, quello a delaminazione.

--> FRP

FIBRA:
 Profondità Fibra = 5 cm
 Spessore Fibra = 0.0167 cm
 Modulo elastico Fibra = 2300000 kgf/cmq
 ADESIVO (INTEFACCIA FIBRA-ARCO):
 Resistenza a trazione del giunto : 0.1 kgf/cmq

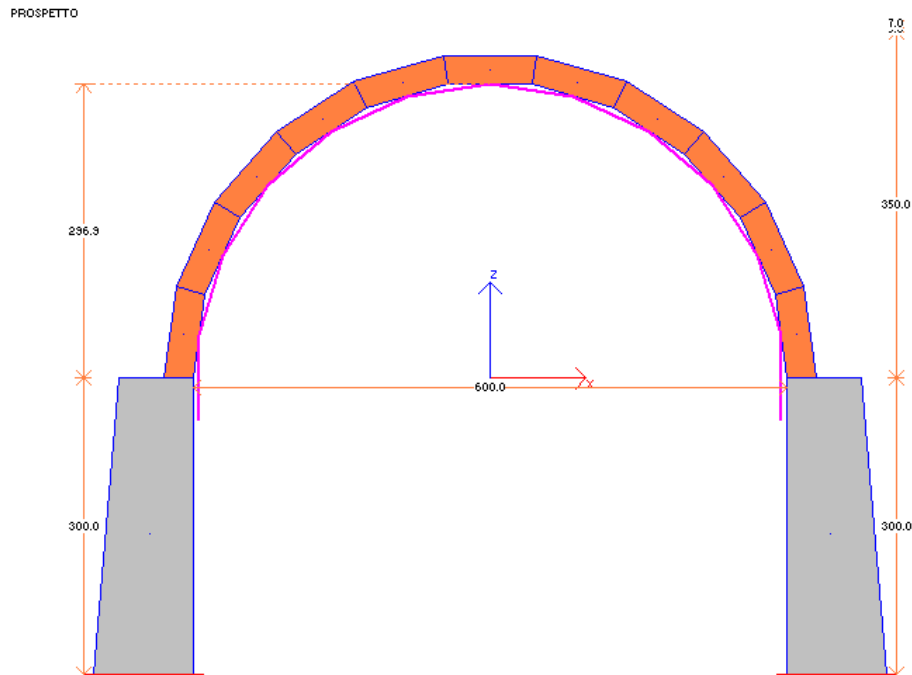


Fig. 60 – Modello rigido-fragile dell'arco rinforzato in intradosso.

Ipotizzando che la delaminazione, nel caso che si manifesti, avvenga all'interno del mattone con asportazione parziale di quest'ultimo (*ripping*), viene assunto come resistenza a trazione di progetto allo sforzo di peeling il valore convenzionale di 0.1 kg/cmq.

L'algoritmo evidenzia come e dove si delamina la fibra, in un processo step-by-step che può essere illustrato con le seguenti figure:

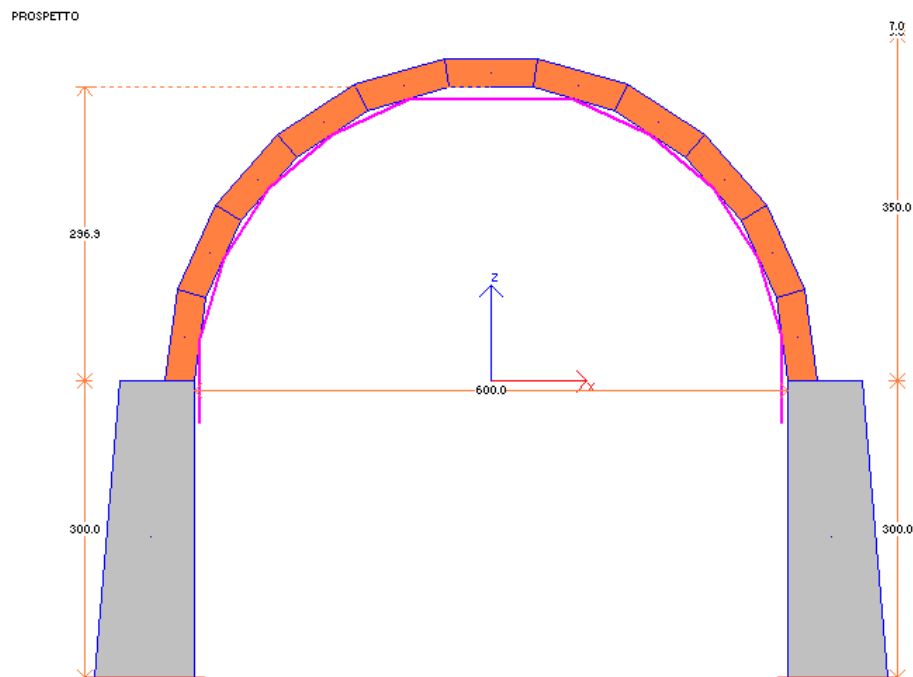


Fig. 61 – Dopo il primo loop, la fibra si stacca dal concio di chiave disponendosi orizzontalmente.

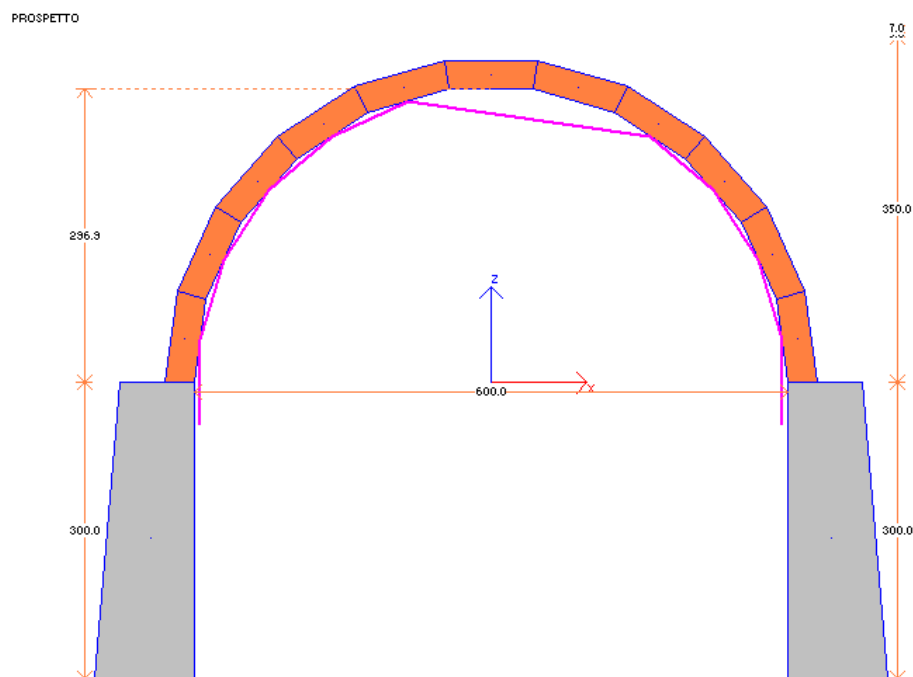


Fig. 62 – Alla fine del secondo loop la fibra si è ulteriormente delaminata, staccandosi anche dal concio a destra di quello di chiave e posizionandosi secondo una direzione inclinata.

Si osservi come una struttura simmetrica si comporti in maniera asimmetrica: questa è una realtà, come dimostrano i test eseguiti in laboratorio, poichè la “vera simmetria” di

fatto non esiste, vuoi per le imperfezioni geometriche di costruzione, vuoi per i difetti nei materiali, vuoi perché anche i pesi dei singoli laterizi non sono tutti uguali.

E' singolare notare come le imperfezioni geometrico-materiche della struttura vengano colte dall'algoritmo sfruttando, durante il calcolo, le imperfezioni numeriche che sono insite nei problemi di analisi quando si utilizza di un'aritmetica dispone di un numero di cifre prestabilito, ovvero dei numeri in virgola mobile (*floating-point*).

Viene ora riportato il vettore finale degli sforzi {X}, che può così essere interpretato: essendo l'arco costituito da 11 conci, le sezioni su cui si trasmettono gli sforzi sono 12; pertanto il vettore viene presentato partizionato in 12 primi sottovettori, ciascuno dei quali è costituito da tre coefficienti, di cui i primi due descrivono gli sforzi nelle bielle normali, il terzo è lo sforzo della biella tangenziale. Inoltre, pur essendo stato in origine il rinforzo modellato con 12 aste poste in intradosso, per effetto della delaminazione, alla fine del calcolo il numero di aste risulta essere pari a 10; per questo gli ultimi coefficienti del vettore degli sforzi, appartenenti al tredicesimo sottovettore, sono solo 10 e rappresentano gli sforzi nelle bielle di FRP, numerate da destra verso sinistra (ipotesi: positiva la compressione).

FILE: "Esempio.ste"
Motore di calcolo: SOLUTORE VC++6
VETTORE DEGLI SFORZI {X} (46)

x(0)

2421.74560621427
317.106537283599
1006.28993746534
529.565072160725
873.790499257742
359.671205907585
0
830.773440282778
-56.9962278670098
235.103576209811
614.573430813972

-241.884375441827
671.634673217113
580.634959246987
-218.361946527151
1071.82311963751
0
-87.9726402969914
1071.82311963749
0
87.9726402970179
691.642722318594
301.890619443824
241.359032865606
165.666474118925
643.314033669149
251.034396111505
0
338.071341140502
63.5418811130922
427.826781695521
915.900836719679
-356.260209982695
2315.71221851599
360.994651756434
-1006.28993746542
-109.156814202072
943.508241547658
1119.20551335634
691.429407878801
-42.5367186420521
222.95212586903
740.054445157487
1622.09284776035
1014.7529798444
-34.9043285082464

La curva delle pressioni alla fine del procedimento è riportata nella seguente figura:

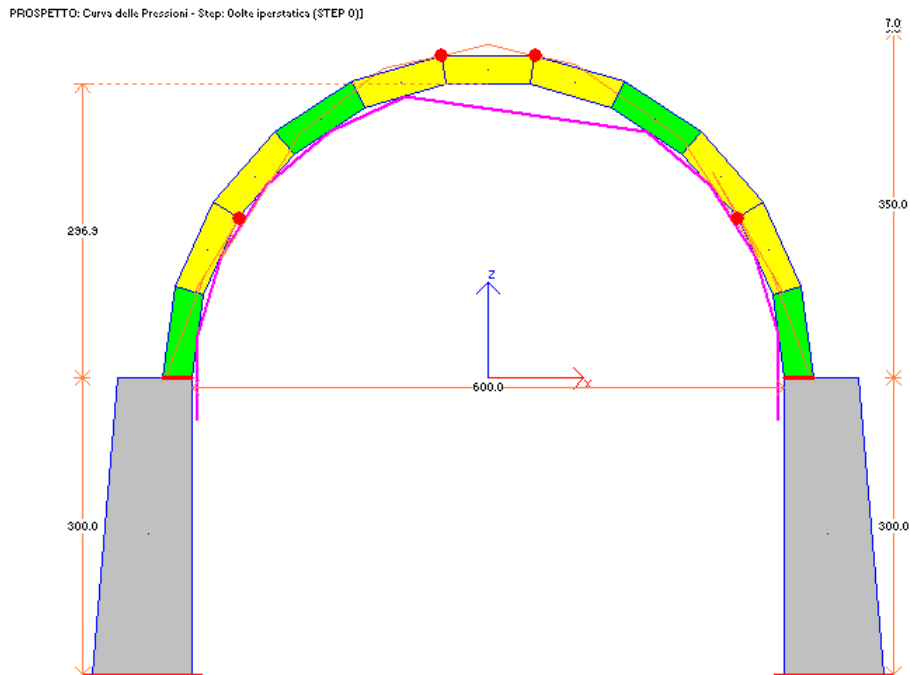


Fig. 63 – Curva delle pressioni alla fine del calcolo: la struttura è stabile grazie ai benefici indotti dalla fibra.

Si riportano adesso anche gli sforzi di peeling e di aderenza (le componenti dei vettori nelle bielle di rinforzo orientate ortogonalmente alla superficie di intradosso dei conci e quelle sulla superficie stessa, espresse in chili):

Risultati

(S)-(T)-(E), File: "Esempio.ste"

Ultima modifica, 19:21:28 giovedì, 25 ott 2007

Motore di calcolo: SOLUTORE VC++6

Loop 1

Sforzi trasmessi dal rinforzo alla struttura: pos se di compressione

ASTA	PEELING su 'i'	PEELING su 'j'	ADERENZA su 'i'	ADERENZA su 'j'
37	18.3336313318451	18.3336313318451	127.513206774356	127.513206774356
38	150.792607480085	150.792607480085	1048.78562187806	1048.78562187806
39	180.135258146502	180.1352581465	1252.86823999177	1252.86823999177
40	84.4756057041271	84.4756057041267	587.540743160305	587.540743160305
41	2.78925428453621	2.78925428453623	19.3996896682732	19.3996896682732
42	-56.6525362197719	-56.6525362197716	-394.027044316943	-394.027044316943
43	-56.6525362197627	-56.652536219763	-394.027044316879	-394.027044316878
44	2.78925428454844	2.78925428454842	19.3996896683581	19.3996896683581
45	84.4756057041358	84.4756057041362	587.540743160365	587.540743160365
46	180.135258146512	180.135258146511	1252.86823999184	1252.86823999184
47	150.792607480072	150.792607480072	1048.78562187797	1048.78562187797
48	18.3336313318159	18.3336313318158	127.513206774153	127.513206774153

Loop 2

Sforzi trasmessi dal rinforzo alla struttura: pos se di compressione

ASTA	PEELING su 'i'	PEELING su 'j'	ADERENZA su 'i'	ADERENZA su 'j'
37	28.67720572839	28.67720572839	199.454346908531	199.454346908531
38	154.912542400481	154.912542400481	1077.44039865917	1077.44039865917
39	174.385111153536	174.385111153534	1212.87508919554	1212.87508919554
40	78.1242232318134	78.1242232318129	543.365907753398	543.365907753398
41	-6.96148224458735	-6.96148224458739	-48.418172529094	-48.418172529094
42	-126.735230037878	-126.735230037878	-431.620555657695	-431.620555657695
43	-6.9614822445768	-6.96148224457676	-48.4181725290201	-48.4181725290201
44	78.1242232318045	78.1242232318049	543.365907753337	543.365907753337
45	174.385111153502	174.385111153501	1212.87508919529	1212.87508919529
46	154.912542400485	154.912542400485	1077.44039865921	1077.44039865921
47	28.6772057283779	28.6772057283778	199.454346908446	199.454346908446

Loop 3

Sforzi trasmessi dal rinforzo alla struttura: pos se di compressione

ASTA	PEELING su 'i'	PEELING su 'j'	ADERENZA su 'i'	ADERENZA su 'j'
37	-15.5346343595948	-15.5346343595948	-108.045755224624	-108.045755224624
38	134.275222805368	134.275222805368	933.904688075246	933.904688075246
39	159.279551627876	159.279551627875	1107.81361499146	1107.81361499146
40	98.4006643596645	98.400664359664	684.391653465474	684.391653465474
41	-17.6703915277456	-17.6703915277457	-38.6927602542036	-38.6927602542036
42	31.7293957357362	31.729395735736	220.682794698103	220.682794698103
43	105.320728676013	105.320728676014	732.521757976177	732.521757976177
44	230.847881293268	230.847881293267	1605.5822814349	1605.5822814349
45	144.41440621389	144.414406213891	1004.42425766256	1004.42425766256
46	-4.96740386668868	-4.96740386668865	-34.5490527719182	-34.5490527719182

4.5. IL MODELLO SPERIMENTALE

Con lo scopo di studiare il comportamento di archi in muratura rinforzati con compositi FRP, sono stati realizzati quattro modelli in scala 1:2 presso il laboratorio di prove sui materiali per l'edilizia del Dipartimento di Costruzioni dell'Università di Architettura di Firenze.²⁸

Tali modelli, tutti geometricamente identici, fatta eccezione ovviamente per le imperfezioni costruttive e materiche di cui non possono non essere affetti, riproducevano un arco a sesto ribassato, di luce 150 cm, raggio interno pari a 86.5 cm, con imposte fisse ed inclinate di 30° rispetto all'orizzontale. Conseguentemente, col termine “sezioni di reni” si sono indicate le due sezioni inclinate di circa 57°. La sezione trasversale è quadrata, pari alla dimensione di due mattoni più un giunto di malta: 10cm.

L'apparecchiatura dei mattoni, secondo direzioni radiali, è stata realizzata alternando, sul piano frontale, un mattone con due mezzi mattoni, ovvero disponendo sempre due mattoni accoppiati, ottenendo così dei giunti sfalsati.

Sono stati utilizzati complessivamente 112 mattoni di dimensioni di 2.5 x 4.6 x 10 cm, cui corrispondono conseguentemente 56 conci di calcolo, connessi con giunti di malta dello spessore medio di 0.8 cm, misurato in intradosso.

Le sezioni di imposta destra e sinistra non sono state appoggiate direttamente sulla macchina da prova, ma su mattoni opportunamente sagomati e disposti in modo tale da simulare le teste di due piedritti fissi.

²⁸ Le prove di laboratorio su modelli di archi in muratura rinforzati con FRP, alle quali ci si riferisce per testare la efficacia degli algoritmi di calcolo, sono parte essenziale della Tesi di Laurea di Daniela Sinicropi, relatore il Prof. Michele Paradiso. La tesi è al tempo della redazione della presente relazione, in pieno corso.

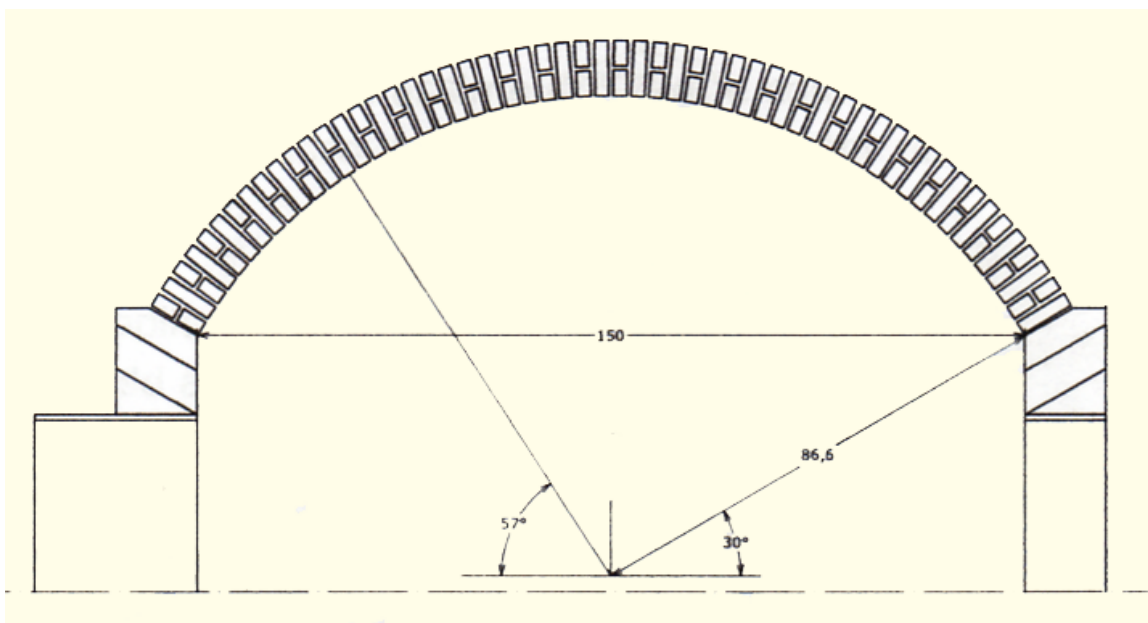


Fig. 64 – Geometria dei modelli di arco realizzati in laboratorio.

Ogni arco è stato realizzato per fasi successive. Dapprima sono stati realizzati dei “macro-conci” ottenuti dall’insieme di 6 più 6 mattoni, connessi dalla malta e modellati secondo la curvatura di intradosso circolare dell’arco da realizzare.



Fig. 65 – Foto di uno dei “macro-conci” costituiti da sei più sei mattoni, che assemblati insieme hanno generato il modello di un arco.

Dopo 28 giorni, a seguito della maturazione completa della malta, tali conci sono stati ripuliti dal legante in eccesso e sono stati poi posizionati sulla centina e murati insieme realizzando quindi l’arco, il quale a sua volta è stato lasciato riposare per 10 giorni,

previo ricoprimento con uno strato di carta bagnata finalizzata ad inumidire la malta ed a scongiurare così la possibilità di formazione di lesioni dovute al suo ritiro ed indurimento.



Fig. 66 – a) I “macro-conci” appoggiati sulla centina in laboratorio, pronti ad essere connessi con la malta; b) l’arco oramai costituito e coperto con carta umida durante la fase di maturazione.

Ogni modello è stato testato su una macchina da prova che imprimeva un carico in chiave crescente in maniera quasi statica, con letture, effettuate in tempi diversi, degli spostamenti di sezioni significative della struttura. Attraverso cinque tastatori opportunamente ancorati all’arco, due alle imposte, due alle reni ed uno in chiave, il computer al quale questi erano collegati scriveva e diagrammava il percorso di equilibrio, associando a determinati valori del carico i corrispondenti spostamenti orizzontali delle imposte e quelli verticali della chiave e delle reni.

I modelli sottoposti alla prova sono stati denominati:

- *Arco 01*: arco non rinforzato portato al collasso
- *Archi 02, 03, 04*: archi senza rinforzo portati in una condizione di equilibrio limite per la formazione di quattro microfessure, poi, a carico rimosso, rinforzati con FRP e sottoposti nuovamente al test

Il modello “*Arco 01*” è un arco in muratura ordinaria, sottoposto a carico crescente in chiave fino al collasso. Questo primo esperimento aveva lo scopo di evidenziare la modalità tipica di crisi di un arco non rinforzato, per formazione di cerniere di rotazione

alternate sui profili intradossali ed estradossali dovute alla formazione di fessure causate dalla limitata resistenza a trazione offerta dalla malta. Le quattro lesioni si sono aperte come di consuetudine in chiave e successivamente alle reni e alle imposte, quando la macchina di prova registrava un valore massimo del carico impresso pari a 65 Kg. Successivamente l'arco è stato portato al crollo definitivo.



Fig. 67 - a) *Trasduttore di spostamento orizzontale posto all'imposta sinistra; b) Trasduttore di spostamento verticale alla rene sinistra.*



Fig. 68 - a) *Cella di carico; b) Trasduttore di spostamento verticale in chiave.*

La prova sull' "Arco 02 Non Rinforzato" è stata eseguita imprimendo un carico in chiave crescente tale da portare l'arco in una condizione critica dovuta all'apertura di quattro lesioni: alle imposte, alle reni ed in chiave, in corrispondenza di un carico massimo che è

stato registrato dalla macchina intorno ai 57 Kg, senza peraltro compromettere del tutto la stabilità della struttura.

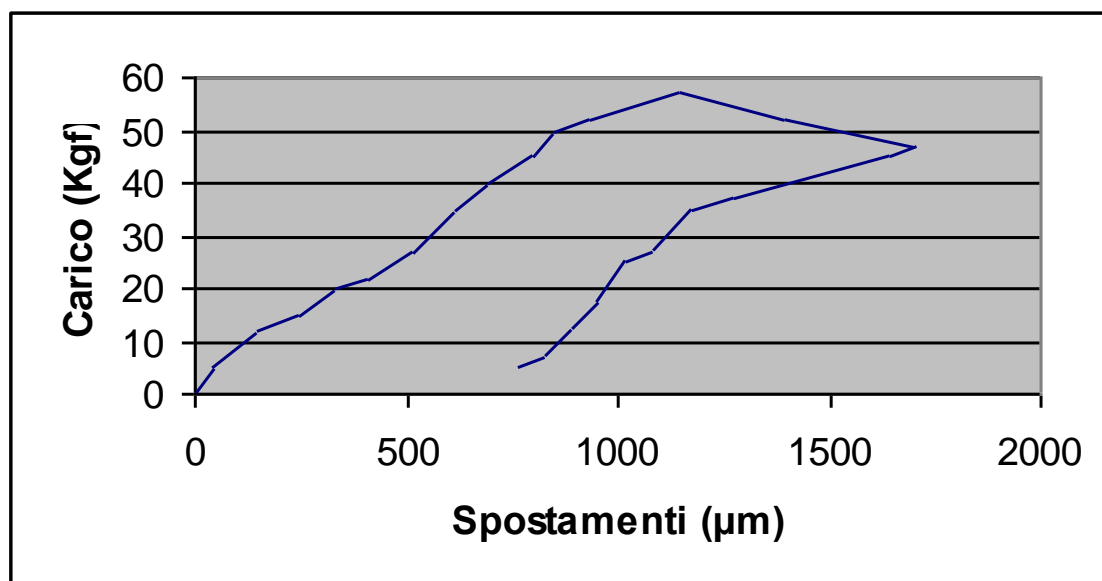


Fig. 69 - *Diagramma carico – spostamento nella sezione di chiave dell'arco 02 non rinforzato.*

Successivamente il carico è stato rimosso; conseguentemente essendo le fratture ancora incipienti, si è verificato un ritorno elastico dell'arco tale da richiudere le lesioni e da recuperare quasi completamente la configurazione originaria. Dunque è stato collocato su tutto il profilo intradossale, per una profondità di 5 cm, il dispositivo di rinforzo fornito dalla Ruredil, il sistema X Mesh Gold, costituito da una rete in fibre di PBO (poliparafenilbenzobisoxazolo) da collegare alla struttura attraverso una matrice inorganica che si impasta con acqua e la si mette in opera come una tradizionale malta cementizia in cui viene annegata la rete strutturale. Allo scopo di fornire all'arco la necessaria lunghezza di ancoraggio per limitare il fenomeno della delaminazione di estremità e di rinforzare anche le due sezioni di imposta, il rinforzo è stato esteso anche ai mattoni che riproducevano nel modello le teste dei piedritti.

Le caratteristiche del sistema di rinforzo e le proprietà dei suoi componenti sono riportate nelle tabelle seguenti, come fornite dalle schede tecniche pubblicate dalla Ruredil:

Densità (g/m ³)	1.56
Resistenza a trazione (GPa)	5.8
Modulo elastico (GPa)	270
Allungamento a rottura (%)	2.15
Temperatura di decomposizione (°C)	650
Coefficiente di dilatazione termica (10 ⁻⁶ °C ⁻¹)	-6

Fig. 70 – Caratteristiche delle fibre di PBO.

Peso della rete (g/m ²)	144
Peso delle fibre di PBO nella rete (g/m ²)	96
Spessore equiv. di tessuto secco in dir. dell'ordito (mm)	0.0450
Spessore equiv. di tessuto secco in dir. della trama (mm)	0.0230
Carico di rottura dell'ordito per unità di lunghezza (kN/m)	261
Carico di rottura della trama per unità di lunghezza (kN/m)	131.5

Fig. 71 – Caratteristiche della rete Ruredil X MESH GOLD.

Resistenza a compressione a 28 gg (MPa)	29
Resistenza a flessione a 28 gg (MPa)	3.5
Modulo elastico a 28 gg (MPa)	6000

Fig. 72 – Caratteristiche meccaniche Ruredil X MESH M750.

L'esperimento è stato condotto applicando nuovamente una forza crescente in mezzeria utilizzando sempre la stessa cella di carico.

Lo strumento ha segnalato la formazione di micro-fessure nelle sezioni succitate, le quali, però, per la presenza della fibra, non si sono aperte completamente.

In ordine di tempo è stata registrata prima quella in chiave, quando il carico raggiungeva valori prossimi ai 198 Kg (21^a lettura) con un abbassamento pari a 1341 μm , successivamente quelle ai giunti delle reni in corrispondenza di una forza pari a 263 Kg con un abbassamento di 388 μm alla rene sinistra e di 1253 μm a quella destra (27^a lettura). Nello stesso istante è stato anche evidenziato un incremento di spostamenti orizzontali delle imposte, in particolare di quella sinistra che è traslata di 633 μm .



Fig. 73 – *Le fessure in chiave a elle due reni.*

Infine, nella 44^a lettura, si è potuto osservare come, in corrispondenza del carico massimo attinto dall'arco, pari a 432 kg, le quattro lesioni di cui sopra erano ormai completamente formate e, in tale situazione, la fibra ha cominciato ad assorbire sforzi di trazione notevoli tali da innescare il fenomeno della delaminazione, che iniziando dalla zona sottostante i giunti in chiave si è estesa a poco a poco fino alle sezioni vicine alla rene sinistra, portandosi dietro parte della corteccia muraria (*debonding*).

Questo ultimo fenomeno è imputabile al fatto che la resistenza a trazione della matrice utilizzata per l'ancoraggio della fibra al supporto (35.7 kg/cm² circa) è senz'altro maggiore di quella offerta dagli stessi mattoni che costituiscono l'arco.



Fig. 74 – *La fibra comincia a delaminarsi dalla zona sottostante la chiave dell'arco estendendosi sempre più verso la rene sinistra..*

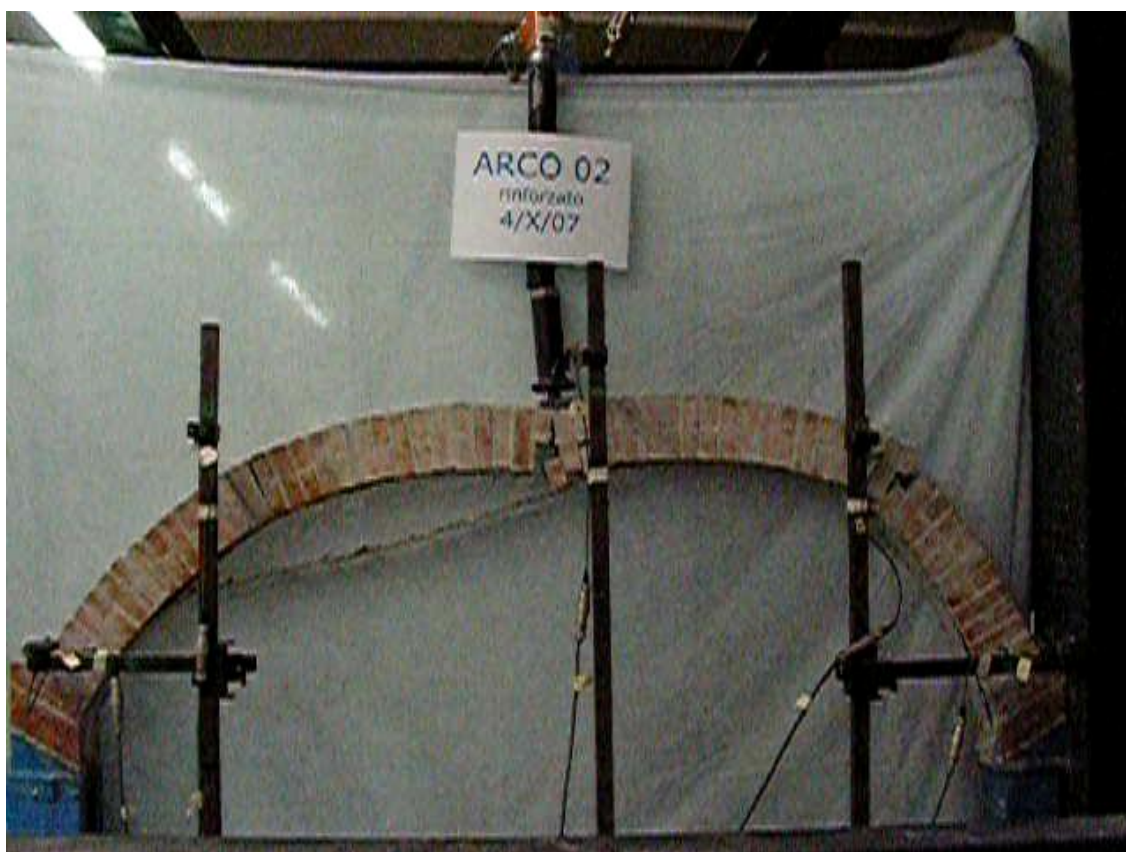


Fig. 75 – *La fibra continua a delaminarsi fin'oltre la sezione di rene.*

Quando la fibra, staccandosi a poco a poco dalla chiave dell'arco, va ad interessare la sezione della rene sinistra, qui si apre una nuova cerniera (53^a lettura). La fibra è ormai disposta secondo una direzione rettilinea e come una biella collega i due tronchi dell'arco sconnessi da quest'ultima cerniera.

A questo punto l'esperimento va avanti fino a far crollare l'arco. Alla 60^a lettura la fibra si stacca anche dall'imposta destra e l'arco, con molti scricchiolii, sembra assestarsi su questa imposta, mantenendo la sua curvatura simile a quella originaria. Alla 69^a lettura cede anche la rene destra provocando lo strappo della fibra ed infine, alla 101^a lettura, si assiste al collasso definitivo della struttura.

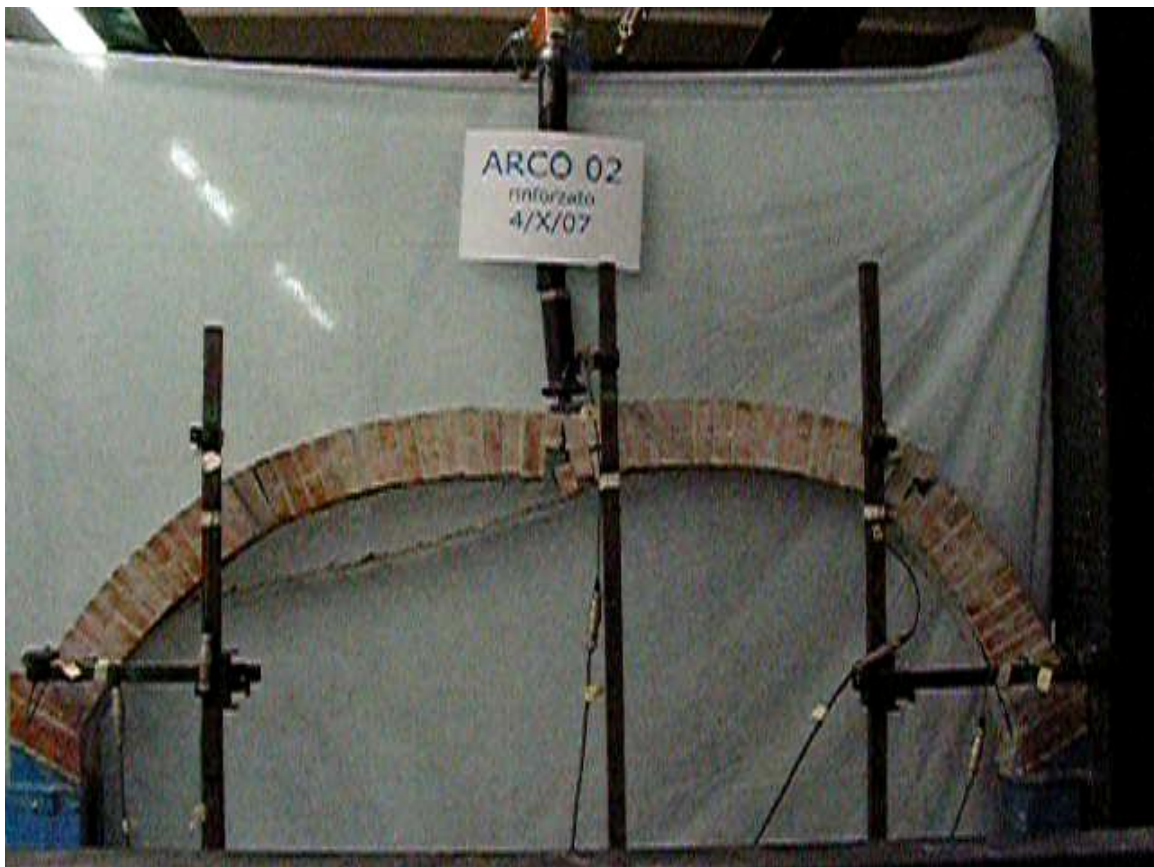


Fig. 76 – Foto dell'Arco 02 un istante prima del crollo.

Viene infine riportato il percorso di equilibrio dell'arco rinforzato, riferito alla sezione di chiave, che può così essere confrontato con il corrispondente diagramma tracciato nel caso dell'arco privo di rinforzo.

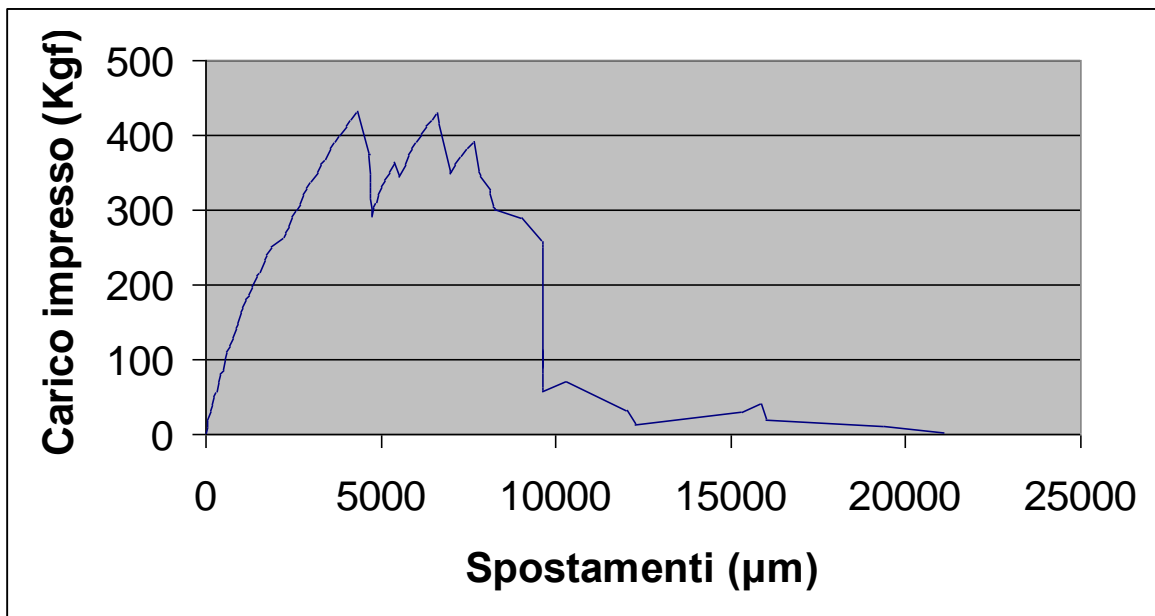


Fig. 77 – *Diagramma carico – spostamento nella sezione di chiave dell'arco 02 rinforzato.*

Poiché si desidera nei successivi paragrafi confrontare i risultati forniti dai modelli numerici proposti con i risultati sperimentali degli “archi 02” con e senza il rinforzo, si è deciso di omettere la descrizione delle prove condotte sugli “archi 03 e 04”, che verranno studiati in altra sede.

4.6. ANALISI DEL MODELLO SPERIMENTALE “ARCO 02” CON L’ALGORITMO DI CALCOLO PER STRUTTURE A VINCOLI UNILATERI CON GIUNTI ELASTICO-FESSURANTI.

Il modello sperimentale dell’Arco 02 in muratura ordinaria è stato riproposto analiticamente e poi calcolato con il “metodo delle distorsioni” descritto nei capitoli precedenti, allo scopo di confrontare la soluzione numerica ottenuta con il comportamento dell’arco reale durante la prova in laboratorio.

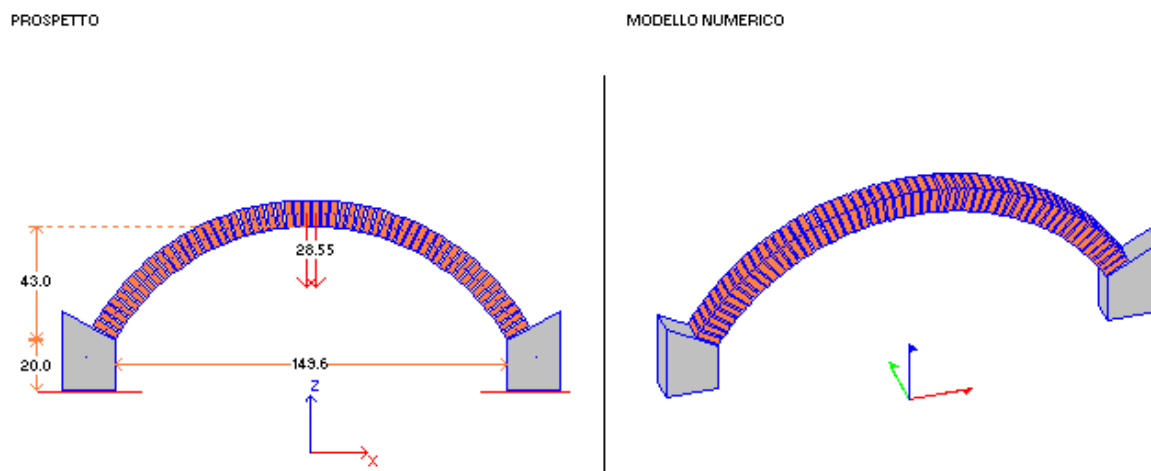


Fig. 78 – Il modello numerico che riproduce il modello sperimentale dell’”Arco 02”.

```
*****
PARAMETRI GEOMETRICI
*****
(S)-(T)-(E), File: "Modello Sperimentale 01.ste"
Ultima modifica, 13:00:24 sabato, 27 ott 2007
*****

--> Modello di interfaccia

Modello: ELASTICO-FESSURANTE
Ogni interfaccia è stata discretizzata con 8 bielle,
di cui 4 sono da sforzo normale e 4 da taglio.

Spessore intradossale del giunto : 0.8 cm
Modulo elastico longitudinale del giunto : 50000 kgf/cmq
Modulo elastico trasversale del giunto : 50000 kgf/cmq
Resistenza a trazione del giunto : 0 kgf/cmq

--> Arco TUTTO SESTO

Spessore dell'arco = 10 cm
Freccia = 0 cm
Corda = 150 cm
Peso specifico della muratura = 1800 kgf/mc
Quota di rinfiando = 350 cm
Peso specifico del rinfiando = 0 kgf/mc
```

Spessore sottofondo	= 5 cm
Peso specifico del sottofondo	= 0 kgf/mc
Spessore pavimento	= 7 cm
Peso specifico del pavimento	= 0 kgf/mc
Sovraccarico accidentale	= 0 kgf/mq
Angolo Imposta Destra	= 30.0000°
Angolo Imposta Sinistra	= 150.0000°
Profondità (in pianta)	= 10 cm
Numero di conci	= 56

Per simulare la forza di 57 Kg trasmessa dalla cella di carico alla struttura durante l'esperimento, sono state poste sui due conci di chiave (i conci n. 28 e 29) due forze pari alla metà (2 x 28.5 Kg) applicate nei rispettivi baricentri: ciò è in sintonia con la realtà in quanto la cella di carico ripartiva tale forza su due conci attraverso un piccolo dormiente posto tra la cella stessa e l'estradosso dell'arco.

L'algoritmo di calcolo, iterativo, compie 60 iterazioni e dichiara instabile la struttura. In effetti tale affermazione è concorde con i risultati ottenuti dalla prova in laboratorio: quando il carico raggiungeva il suo valore massimo di 57 Kg si erano aperte quattro lesioni alternate, che corrispondono infatti alla degenerazione della struttura in un cinematisimo.

PROSPETTO: Curva delle Pressioni - Step: 0

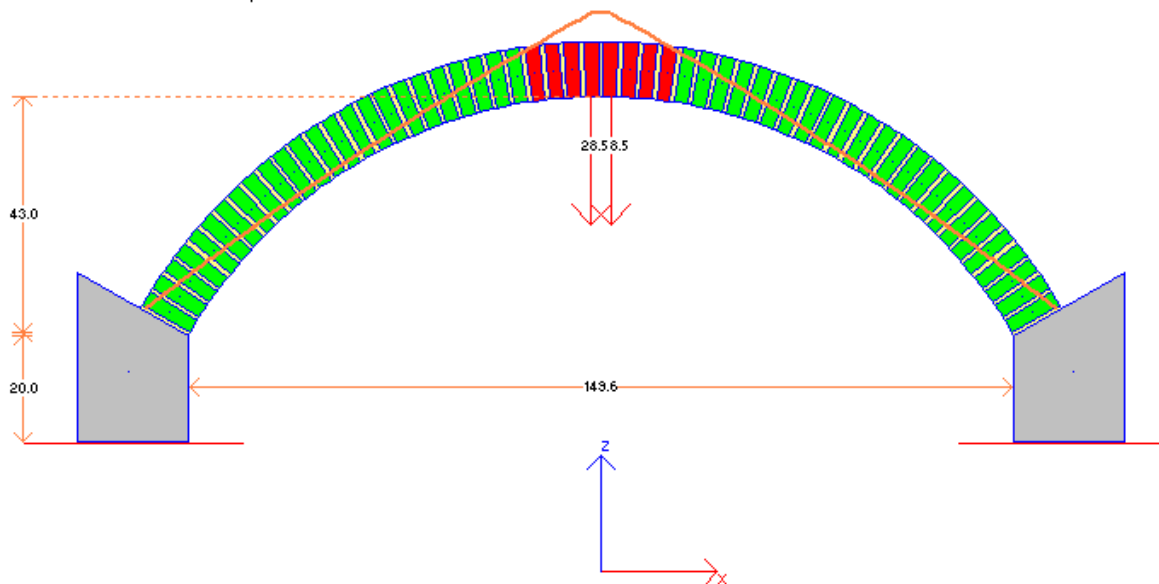


Fig. 79 – La curva delle pressioni relativa alla soluzione standard (iterazione 0).

La soluzione standard, che considera il materiale costitutivo come bilatero, evidenzia degli sforzi di trazione in corrispondenza dei giunti di chiave. Pertanto, non essendo

questi ultimi compatibili con le potenzialità offerte dalla muratura, l'algoritmo di calcolo tenta, con successive iterazioni, di annullare tali sforzi e di far rientrare il poligono funicolare all'interno della sagoma dell'arco. Per fare ciò compie 60 step: al sessantesimo step il vettore degli sforzi non è più in grado di equilibrare i carichi; ciò significa che la struttura si è eccessivamente lesionata e trasformata in un cinematismo.

PROSPETTO: Curva delle Pressioni - Step: 59

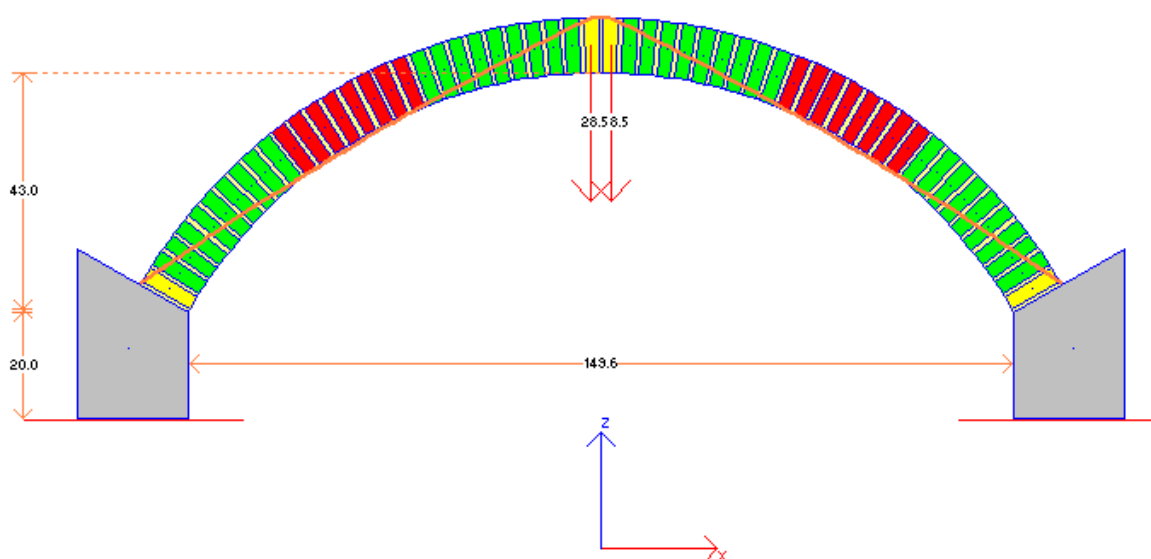


Fig. 80 – La curva delle pressioni relativa all'ultima soluzione ancora equilibrata e congruente (iterazione 59).

L'ultimo step ancora equilibrato, il 59°, evidenzia un poligono funicolare che è rientrato nelle sezioni di chiave e alle imposte, dove appunto si aprono le cerniere (il poligono funicolare è tangente all'estradosso), e segnala la permanenza di sforzi di trazione nelle sezioni di reni, dove il poligono funicolare passa leggermente all'esterno della sagoma dell'arco, dichiarando la propensione alla formazione delle ultime due cerniere intradossali, che insieme alle precedenti sono in numero di 5 e tali da instabilizzare l'arco.

Questo fenomeno può meglio essere colto diminuendo opportunamente il carico in chiave fino alla condizione limite di stabilità. Disponendo dunque due forze concentrate sui due conci di chiave pari a 10 Kg, si ricava il valore del moltiplicatore di collasso pari a $\lambda =$

2.126 (coeff. di sicurezza). Conseguentemente il valore del carico limite risulta pari a $2 \times 10 \times 2.126 = 2 \times 21.26 = 42.52$ Kg. Poste due forze di 21.26 Kg sull'arco, si osserva dunque la soluzione numerica ottenuta.

PROSPETTO: Curva delle Pressioni - Step: 74

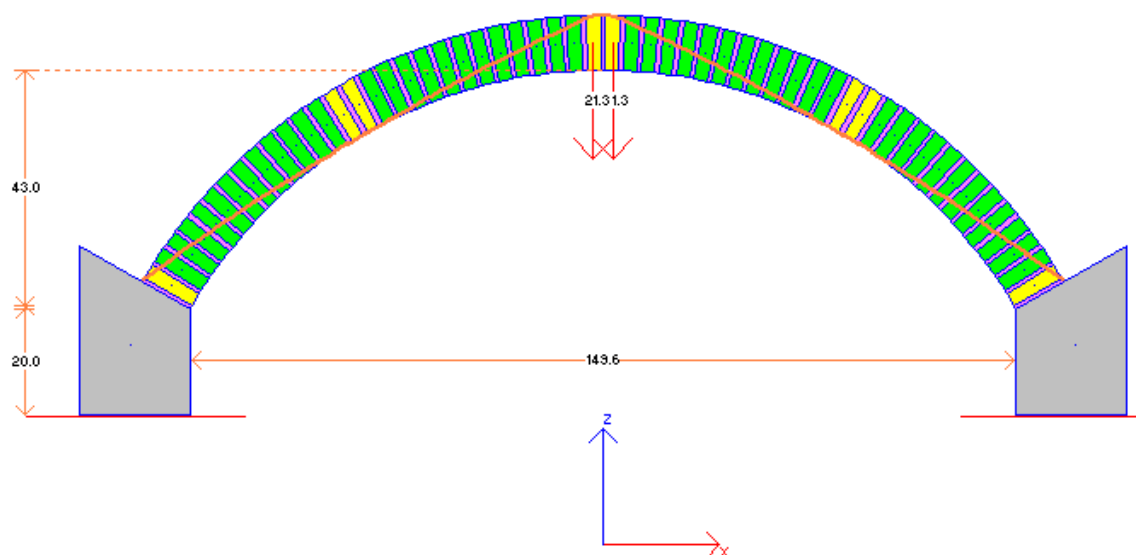


Fig. 81 – La curva delle pressioni relativa all'ultima iterazione nel caso in cui il carico sull'arco raggiunga il valore limite. L'arco è stabile con la formazione di cinque lesioni.

Il sistema esegue 74 iterazioni e l'arco viene dichiarato stabile. A questo step il poligono funicolare è tutto interno alla sagoma dell'arco ed è tangente in cinque sezioni: in chiave e alle imposte in estradosso, alle reni in intradosso. L'arco si trova dunque in una condizione di equilibrio limite dovuto alla formazione di cinque cerniere di rotazione.

4.7. ANALISI DEL MODELLO SPERIMENTALE “ARCO 02 RINFORZATO” CON L’ALGORITMO DI CALCOLO ‘MODELLO COMPLETO’.

Utilizzando l’algoritmo di calcolo denominato “Modello completo” si è successivamente studiato l’arco con rinforzo in intradosso. Il modello di arco rinforzato prevede una struttura costituita da 56 conci e rinforzata all’intradosso da altrettanti 56 sotto-conci che simulano la presenza della fibra, questi ultimi collegati fra di loro da una biella da sforzo normale che fornisce indicazioni, sezione per sezione, della trazione a cui è soggetta la fibra, e con l’arco attraverso ‘interfacce di matrice’ schematizzate con otto bielle, di cui 4 da sforzo normale (per misurare il peeling) e 4 da taglio, associate alle precedenti (per misurare gli sforzi di aderenza). Assunta una resistenza a trazione nulla per i giunti di malta tra i mattoni, l’algoritmo studia la struttura imponendo che i giunti di malta siano esclusivamente compressi e quelli della matrice, pure di malta, non risultino eccessivamente tesi. Il primo tipo di controllo consente di monitorare l’apertura delle lesioni per formazione di cerniere di rotazione nella muratura; il secondo gestisce il fenomeno della delaminazione. Ogni volta che salta una biella da sforzo normale tesa, salta con lei anche la biella da taglio ad essa associata: il fenomeno traduce il fatto che nel momento in cui una sezione si lesiona e si parzializza, nella zona fratturata vi è tensione nulla e non viene più trasmesso alcuno sforzo, sforzo che deve ridistribuirsi in qualche modo nella parte di sezione rimasta compressa e dunque ancora in esercizio.

Le equazioni di equilibrio sono così scritte su 112 conci di calcolo, per cui la matrice di equilibrio è costituita da 336 righe e da 961 colonne.

I dati relativi al rinforzo, utilizzati nel calcolo, sono i seguenti:

--> FRP

FIBRA:
Profondità Fibra = 5 cm
Spessore Fibra = 0.045 cm
Modulo elastico Fibra = 2754000 kgf/cmq
Peso specifico = 1560 kgf/mc
MATRICE:
Spessore del giunto : 0.5 cm
Modulo elastico longitudinale del giunto : 61200 kgf/cmq
Modulo elastico trasversale del giunto : 61200 kgf/cmq
Resistenza a trazione : 3 kgf/cmq

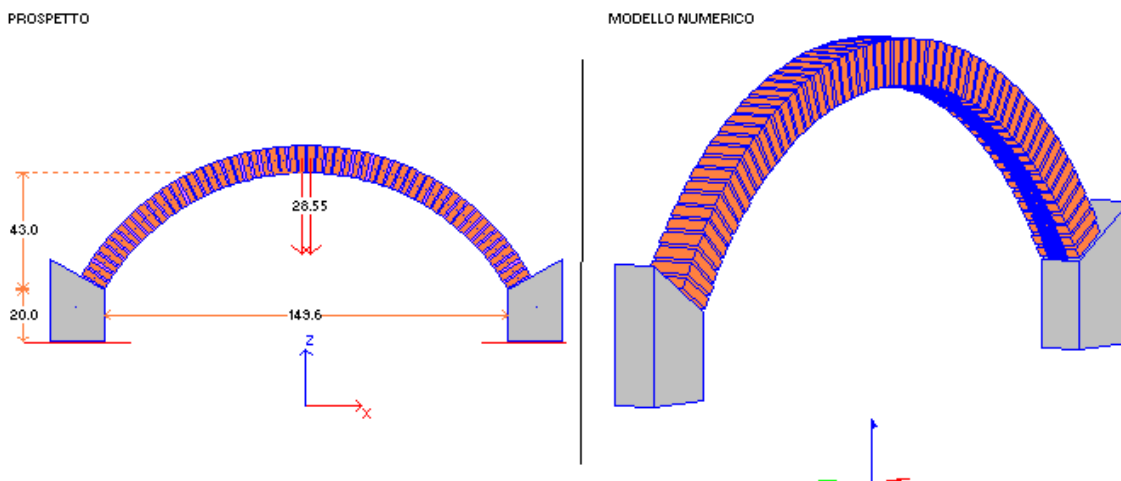


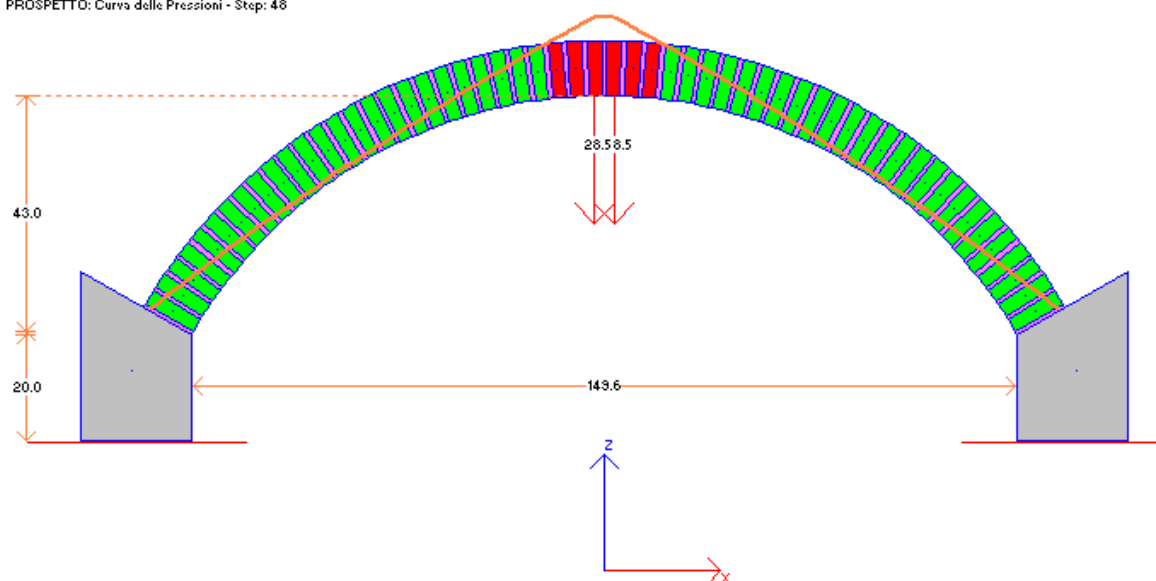
Fig. 82 – *Il modello numerico dell'arco rinforzato all'intradosso.*

La prima analisi è stata condotta disponendo in chiave il carico di 57 Kg che nella situazione precedente, senza il rinforzo, aveva provocato l'apertura di cinque lesioni con conseguente instabilità dell'arco.

Il modello numerico, a seguito di 48 step compiuti, dichiara stabile la struttura, e pertanto sembra interpretare bene la presenza del rinforzo.

La figura successiva mostra il poligono funicolare relativo a tale iterazione, che è esterno alla sagoma dell'arco in una banda di sezioni in mezzeria compresa quella in chiave ed è interno in tutte le altre. In accordo infatti al teorema statico sull'analisi limite, riformulato per la muratura rinforzata, è lecito che la curva delle pressioni fuoriesca dalla sagoma dell'arco dalla parte opposta a quella rinforzata. Essendo infatti il rinforzo posto lungo la curva intradossale, il poligono funicolare, per soddisfare la condizione di equilibrio, deve risultare o interno alle sezioni (caso in cui la fibra non lavora) o al limite fuoriuscire dalla

PROSPETTO: Curva delle Pressioni - Step: 48



Successivamente si è incrementato il carico, portandolo al valore di 198 Kg. In questa situazione il modello sperimentale evidenziava una lesione in chiave (poco pronunciata perché tenuta chiusa dal rinforzo). Così, a titolo di confronto, siamo passati a leggere il vettore numerico che contiene i valori dell'ampiezza delle fratture (CRACK) in corrispondenza delle bielle tese che si sono rotte:

0	1
0	
0	
5.36970567963899E-05	
0	
0	
0	2
0	
0	
2.2505056719793E-05	
0	
0	
0	3
0	
0	
0	
0	
0	

0		
0		
0		
<hr/>		
0		
0		
0		
0		
0		4
0		
0		
<hr/>		
0		
0		
0		
0		
0		5
0		
0		
<hr/>		
0		
0		

0		
0		
0		
2.57147737328456E-05		25
0		
0		
5.05536250317957E-05		
0		
0		
0		
4.85353122767138E-05		26
0		
0		
5.45380971750926E-05		
0		
0		
1.00498881320165E-05		27
8.145908509437E-05		
0		
0		
8.76655446674909E-05		
8.76655446674909E-05		
0		
0		
3.65708352778562E-05		
1.3541707576031E-04		28
0		
0		
9.33987359380738E-05		
9.33987359380738E-05		
0		
0		
5.39409008791405E-05		29
1.69241822704297E-04		
0		
0		
2.24049925649154E-17		
2.24049925649154E-17		
0		
0		
3.65708352778671E-05		
1.35417075760332E-04		30
0		
0		
-9.33987359380649E-05		
-9.33987359380649E-05		
0		
0		
1.00498881320348E-05		31
8.1459085094408E-05		
0		
0		
-8.76655446674466E-05		
-8.76655446674466E-05		
0		
0		
0		
4.85353122767408E-05		32
0		
0		
-5.45380971750898E-05		
0		
0		
0		
2.571477373288E-05		33
0		
0		
-5.05536250317991E-05		
0		
0		

0		
2.47317262526346E-06		34
0		
0		
0		
-4.64949928400914E-05		
0		
0		
0		
0		35
0		
0		
0		
0		
0		
0		36
0		
0		
0		
0		
0		37
0		
0		
0		
0		
0		
0		38
0		
0		
0		
0		
0		
0		39
0		
0		
0		
0		
1.28833899235745E-05		
0		
0		
-2.08627230485171E-05		40
0		
0		
2.65521270728165E-05		
0		
0		
-1.64253304569347E-05		41
0		
0		
5.1574470021124E-05		
1.10714498543396E-05		
0		
0		
-1.79323559386006E-05		42
-1.79323559386006E-05		
0		
0		
8.54701971097431E-05		
3.12259890383682E-05		
0		
0		
-1.11853825018838E-05		43

-1.11853825018838E-05	
0	
0	

1.02759992840597E-04	
4.15351751634347E-05	
0	
0	
-4.40537308586876E-06	44
-4.40537308586876E-06	
0	
0	

1.04381498118731E-04	
4.24774258040866E-05	
0	
0	
2.39930407041064E-06	45
2.39930407041064E-06	
0	
0	

9.03401167219297E-05	
3.40517946603448E-05	
0	
0	
9.22022034501441E-06	46
9.22022034501441E-06	
0	
0	

5.98563422593253E-05	
1.58539894327127E-05	
0	
0	
1.60488969990117E-05	47
1.60488969990117E-05	
0	
0	

2.90589426430931E-05	
0	
0	
0	
1.52512103673667E-05	48
0	
0	
0	

1.61305731156677E-05	
0	
0	
0	
1.97969521652113E-05	49
0	
0	
0	

0	
0	
0	
0	
0	50
0	
0	

0	
0	
0	
0	
0	51
0	
0	

0	
0	
0	
0	
0	52
0	
0	
0	

0	
0	
0	
0	
0	53
0	
0	

0	
0	
0	
0	
0	54
0	

0	
0	
0	
0	
0	55
0	

0	
0	
2.25050567196817E-05	56
0	
0	
0	
5.09639326320379E-05	

0	
0	
0	
5.36970567962711E-05	57
0	
0	
5.52548949154769E-05	

-colla-----	
0	
0	
0	
0	
0	58
0	
0	

0	
0	
0	
0	
0	59
0	
0	

0	
0	
0	
0	
0	60
0	
0	

0	
0	
0	
0	
0	61
0	
0	

0	

0		
0		
0		8
0		
0		
0		
0		

2.13013237070661E-05		
0		
0		
0		
0		
-2.63611244784193E-05	9	
0		
0		
0		

3.84593614550544E-05		
0		
0		
0		
0		
-2.03551850342933E-05	10	
0		
0		
0		

8.19736634405046E-05		
2.29675020272743E-05		
0		
0		
-2.15038549748364E-05	11	
-2.15038549748364E-05		
0		
0		

1.22581904001938E-04		
4.7207656915337E-05		
0		
0		
-1.24665450442864E-05	12	
-1.24665450442864E-05		
0		
0		

1.41509454868119E-04		
5.85569311281922E-05		
0		
0		
-3.4324552145091E-06	13	
-3.4324552145091E-06		
0		
0		

1.3971885896868E-04		
5.75134842057128E-05		
0		
0		
5.58684045227203E-06	14	
5.58684045227203E-06		
0		
0		

1.17199102841869E-04		
4.40753878737819E-05		
0		
0		
1.45798159898244E-05	15	
1.45798159898244E-05		
0		
0		

7.28012798099925E-05		
1.76558325607501E-05		
0		
0		
2.35350081259086E-05	16	
2.35350081259086E-05		
0		
0		

3.57040588148553E-05		
0		
0		
0		
0		
2.16273538375942E-05	17	

0		
0		
0		
0		

1.77194557603842E-05		
0		
0		
0		
2.75243928515495E-05	18	
0		
0		
0		

0		
0		
0		
0		
0		
0		19

0		
0		
0		
0		
0		
0		
0		20

0		
0		
0		
0		
0		
0		
0		21

0		
0		
0		
0		
0		
0		
0		
0		22

0		
0		
0		
0		
0		
0		
0		
0		23

0		
0		
0		
4.02382279286699E-06		
0		
0		
0		
0		
6.16485049716813E-05	24	

0		
0		
0		
3.47741165848751E-05		
0		
0		
0		
0		25

6.70596215002497E-05		

0		
0		
0		
6.4915007549379E-05		
0		
0		
0		
0		26

7.23734928518118E-05		

|0 | | |0 ----- | |

Le lesioni alle reni evidenziano valori massimi nelle interfacce 13 e 45, con ampiezze da 0.0001415 cm sui bordi estradossali fino a 0.00005855 cm al limite superiore del nocciolo centrale di inerzia delle sezioni.

Si nota inoltre che anche la lesione in chiave si è ampliata, passando da 0.000169 cm quando il carico valeva 198 Kg a 0.000226 cm adesso che il carico vale 263 Kg.

L'ultima analisi è stata compiuta portando il carico al valore massimo riscontrato durante l'esperimento: 432 Kg. In corrispondenza di quel carico l'arco del laboratorio evidenziava le cinque succitate lesioni ben formate e si innescava un processo di delaminazione della fibra a partire dalla chiave dell'arco e dirigendosi via via sempre più verso la sezione della rene sinistra, fino a quando, a conclusione dell'esperimento, la struttura crollava.

Il modello numerico, dopo 119 step, dichiara l'arco instabile e segnala oltre all'apertura delle fessure, fenomeno già evidenziato precedentemente, anche il fenomeno della delaminazione che interessa i giunti di matrice dal numero 86 al numero 97, ossia dall'intradosso del concio di chiave a sinistra dell'asse verticale di simmetria fino alla rene sinistra, proprio come nell'esperimento.

Il vettore degli sforzi X nella malta, nella matrice e nella fibra, riferito agli ultimi step compiuti, mostrano numericamente il processo appena descritto:

FILE: "Modello Sperimentale 02_Rinf"
Motore di calcolo: SOLUTORE VC++6
VETTORE DEGLI SFORZI {X} (961)

x(118)

x(119)

78.4166925585346	360.970312157372	
97.0412849433846	267.879588352179	
0	0	
0	0	
73.0018390514864	114.117002889242	1
73.0018390514864	114.117002889242	
0	0	
0	0	

27.9511033376973 106.759292481874 0 0 69.5356429828312 69.5356429828312 0 0	290.547461567977 271.650696839527 0 0 107.310330485359 107.310330485359 0 0	2
-3.16321775475546 41.4961114703495 92.8635951486964 0 43.9912809825285 43.9912809825285 43.9912809825285 0	235.10954224571 250.995692387002 15.5522472985198 0 66.7829991677152 66.7829991677152 66.7829991677152 0	3
-44.9088615374676 20.300681711458 138.581821249334 0 41.5735209244558 41.5735209244558 41.5735209244558 0	185.135987633187 217.215326304242 53.7112964874353 0 61.9893097347418 61.9893097347418 61.9893097347418 0	4
-47.4479910671836 -8.29908240008828 84.7169759996338 92.4467070359573 29.3302092734096 29.3302092734096 29.3302092734096 29.3302092734096	135.967482878449 186.459819635223 95.8467881536874 -1.28920836725692 42.8539033051601 42.8539033051601 42.8539033051601 42.8539033051601	5
-74.0855820823207 -29.4468653743336 98.0780966545755 117.709967375245 27.4460557836299 27.4460557836299 27.4460557836299 27.4460557836299	100.52457090357 156.60592661422 108.16872739817 28.2424548662813 39.2198895114995 39.2198895114995 39.2198895114995 39.2198895114995	6
-97.4133888141183 -49.285849418786 107.043575307579 137.703622289141 25.5301079102392 25.5301079102392 25.5301079102392 25.5301079102392	68.6744174984657 130.848716391373 123.532061958761 58.2739187604559 35.4541329290971 35.4541329290971 35.4541329290971 35.4541329290971	7
-116.97522675375 -67.8218594026829 110.621330945013 151.40054227854 23.5848288786895 23.5848288786895 23.5848288786895 23.5848288786895	37.7437320494902 103.734284891249 133.327213003357 82.4830943141397 30.1820446267594 30.1820446267594 30.1820446267594 30.1820446267594	8
0 -266.22100076718 75.7862012981746 222.060565133613 0 28.8169504474615 28.8169504474615 28.8169504474615	0 101.50598888592 148.378353497867 98.9937574135681 0 36.652364439803 36.652364439803 36.652364439803	9
0 -293.433727794923 57.7697563636479 218.004448567038 0 26.155045843829 26.155045843829 26.155045843829	0 47.1225424806747 148.042653815979 128.754792902866 0 33.0877977932531 33.0877977932531 33.0877977932531	10
0 0 -580.817062604821	0 0 178.939616198174	

431.289783431885 0 0 35.1961869600676 35.1961869600676	141.871106964938 0 0 39.7771772948165 39.7771772948165	11
0 0 -631.92382803215 396.748651066493 0 0 31.1214233920387 31.1214233920387	0 0 99.2389741421785 184.690187624172 0 0 33.8797448540132 33.8797448540132	12
0 0 -656.329244028126 215.735905619355 0 0 27.0134633394713 27.0134633394713	0 0 14.1584544430452 210.439844773487 0 0 18.7074437623278 18.7074437623278	13
0 0 -571.705731894781 -718.910906047701 0 0 22.8775171337709 22.8775171337709	0 0 -4.08066157871295 189.038504878316 0 0 16.8212807307104 16.8212807307104	14
0 0 0 -5196.75183829517 0 0 0 37.4376601133255	0 0 0 18.3365899420988 0 0 0 8.8613109289039	15
0 0 0 -5404.11939736992 0 0 0 29.0853148337025	0 0 0 0 0 0 0 0	16
0 0 -655.983522978121 -718.892061532749 0 0 10.3542733056035 10.3542733056035	0 0 -22.0378635578839 193.457544986436 0 0 -8.60182554095277 -8.60182554095277	17
0 0 -806.141493379311 285.381978378409 0 0 6.15895385108304 6.15895385108304	0 0 51.0277041402985 217.264482647074 0 0 -16.6614168747375 -16.6614168747375	18
0 0 -843.510060361184 509.20264275732 0 0 1.96197652637243 1.96197652637243	0 0 33.0632555767346 221.261424685286 0 0 -28.55358492053 -28.55358492053	19
0 0 -854.848640157777 592.808850709384 0 0	0 0 60.0657921655715 197.604236257024 0 0	20

-2.23139292190739	-30.982523305627	
-2.23139292190739	-30.982523305627	
0	0	
-466.509497034358	0.397707987826834	
59.8340126076265	153.666452386884	
313.347732485305	158.210006423856	
0	0	21
-4.27726390613626	-25.9585141376276	
-4.27726390613626	-25.9585141376276	
-4.27726390613626	-25.9585141376276	
-226.408447071622	-24.0031052504664	
-166.074745676777	43.6072495796348	
141.922707308011	138.914568695252	
236.814907535378	121.254735191256	
-5.29314947681102	-24.7700074301849	22
-5.29314947681102	-24.7700074301849	
-5.29314947681102	-24.7700074301849	
-5.29314947681102	-24.7700074301849	
-221.011933779741	3.97514842395755	
-161.388862371775	68.5817081756591	
140.048742751294	135.676593190442	
232.345512988266	102.844679336241	
-7.36869773942697	-27.290340003892	23
-7.36869773942697	-27.290340003892	
-7.36869773942697	-27.290340003892	
-7.36869773942697	-27.290340003892	
-293.06458637647	2.86079638045727	
-135.682175950579	105.470278066375	
348.155055813286	214.045660893578	
0	0	
-12.5760057849819	-45.6373405765629	24
-12.5760057849819	-45.6373405765629	
-12.5760057849819	-45.6373405765629	
0	0	
-269.736900592374	42.9372834186329	
-130.282918888151	128.010971872473	
309.240011652508	170.726433199483	
0	0	
-15.3073384356356	-46.9587746316494	25
-15.3073384356356	-46.9587746316494	
-15.3073384356356	-46.9587746316494	
0	0	
-241.325794828685	85.2177285633196	
-123.896991732648	148.073115612147	
261.450970673906	116.077091796243	
0	0	
-18.0155337276049	-51.9044419415464	26
-18.0155337276049	-51.9044419415464	
-18.0155337276049	-51.9044419415464	
0	0	
-243.882573415594	124.121414889746	
46.0450375392623	215.410048383512	
0	0	
0	0	
-31.0458526798649	-79.1182594458615	27
-31.0458526798649	-79.1182594458615	
0	0	
0	0	
-204.406172427025	194.446498920685	
17.8348265716297	242.751325030865	
0	0	
0	0	
-35.0236800168992	-102.405497530304	28
-35.0236800168992	-102.405497530304	
0	0	
0	0	
-204.782559844734	369.959966360707	
0	0	
0	0	
0	0	
138.096238573578	33.8122270196437	29
0	0	
0	0	
0	0	

-276.703184854333 0 0 0 346.046710425227 0 0 0	309.242948874269 0 0 0 211.976364901306 0 0 0		
-414.435452429221 48.5432430822539 0 0 168.755949866889 168.755949866889 0 0	34.105000519037 364.697637595386 0 0 96.0569700797638 96.0569700797638 0 0		30
-345.507014064521 -283.816062218307 153.566222493259 0 109.500815195449 109.500815195449 109.500815195449 0	70.8410578336885 114.8772840761 86.933796849626 0 62.5682060286997 62.5682060286997 62.5682060286997 0		31
-393.163778534245 -345.409481296706 128.192480542255 0 106.343219148965 106.343219148965 106.343219148965 0	16.2447570109369 72.9281304233584 115.765791543688 0 59.4345276192433 59.4345276192433 59.4345276192433 0		32
0 -1244.94458726829 470.285600073448 0 0 154.552747744369 154.552747744369 0	0 -5.85870412312002 194.306310312095 0 0 78.2723615560409 78.2723615560409 0		33
-378.915770847932 -480.828052539634 -183.29115690034 68.5750701938519 74.6856377051063 74.6856377051063 74.6856377051063 74.6856377051063	70.8410578336885 114.8772840761 86.933796849626 0 62.5682060286997 62.5682060286997 62.5682060286997 0		34
0 -1088.15194644977 -350.566804085645 221.898834348215 0 95.9846841557019 95.9846841557019 95.9846841557019	16.2447570109369 72.9281304233584 115.765791543688 0 59.4345276192433 59.4345276192433 59.4345276192433 0		35
0 0 -2753.40516414127 1243.22877564126 0 0 138.376908781129 138.376908781129	0 0 -5.85870412312002 194.306310312095 0 0 78.2723615560409 78.2723615560409 0		36
0 0 -2959.32156464839 1094.67379952566 0 0 132.578133994203 132.578133994203	-21.8088329537166 6.97705163156786 64.9933666026052 62.1499867784447 38.7573648530532 38.7573648530532 38.7573648530532 38.7573648530532		37
0 0 -2753.40516414127 1243.22877564126 0 0 138.376908781129 138.376908781129	0 0 -29.9712174522408 86.6646961622519 106.954359703166 0 42.189036824672 42.189036824672 42.189036824672		38
0 0 -2959.32156464839 1094.67379952566 0 0 132.578133994203 132.578133994203	0 0 -205.718112962109 229.91252599558 0 0 59.5901868681983 59.5901868681983		
0 0 -3142.34149061892	0 0 -271.053520720202 243.689567938826 0 0 47.2240064918787 47.2240064918787		
0 0 -3142.34149061892	0 0 -372.856926018861		

849.97247912587 0 0 126.58819029331 126.58819029331	193.502535706873 0 0 44.5054969863129 44.5054969863129	39
0 0 -3299.82214285303 491.927643616148 0 0 120.414848520023 120.414848520023	0 0 -415.90832381215 110.251194675833 0 0 37.6138025980674 37.6138025980674	40
0 0 -3428.6810347637 0 0 0 228.132280608138 0	0 0 -431.441546824498 0 0 0 61.09888155603 0	41
0 0 -3847.40127368055 1726.57014148735 0 0 107.550355271911 107.550355271911	0 0 -507.472507694737 403.609057519241 0 0 19.2837166094942 19.2837166094942	42
0 0 -4081.30772914006 2170.73587605839 0 0 100.876024245015 100.876024245015	0 0 -511.792120170765 491.149839693192 0 0 8.36737787638062 8.36737787638062	43
0 0 -4266.44409588365 2338.33998916006 0 0 94.0519120173542 94.0519120173542	0 0 -579.207511449119 532.327050094426 0 0 2.62876056630003 2.62876056630003	44
0 0 -4432.2994191912 2448.7861572189 0 0 87.0870072192845 87.0870072192845	0 0 -536.462443093524 521.531562485548 0 0 -7.79976024344224 -7.79976024344224	45
0 0 -4588.40748350219 2574.10463746666 0 0 79.9905055611838 79.9905055611838	0 0 -505.448579176428 516.241031254344 0 0 -15.3425834591186 -15.3425834591186	46
0 0 -4752.81076978869 2849.00146055566 0 0 72.7718014338722 72.7718014338722	0 0 -521.129649516637 533.075245190744 0 0 -20.0567360334377 -20.0567360334377	47
0 -2506.23604541502 7.22844915935309 1357.08976537764 0 43.6269841444371	0 -311.585759093715 135.494157661946 308.466910734877 0 -19.0532174559816	48

43.6269841444371	-19.0532174559816	
43.6269841444371	-19.0532174559816	
0	0	
-2653.78582838199	-271.795742904033	
148.984384405073	162.794440618636	
1583.75597425126	316.026127730577	
0	0	49
38.6708557054796	-29.34648642139	
38.6708557054796	-29.34648642139	
38.6708557054796	-29.34648642139	
-1249.76089525938	-140.519948626262	
-1040.6498060689	-49.4042475989851	
526.363822331549	199.144824194515	
1107.00310803065	233.469812302867	
25.2395661317817	-25.6714805334309	50
25.2395661317817	-25.6714805334309	
25.2395661317817	-25.6714805334309	
25.2395661317817	-25.6714805334309	
-1287.71458664145	-121.509723666858	
-1056.74048291057	-31.8557903627133	
574.523877976073	194.021978123108	
1165.68151394763	218.667557472102	
21.4345413735379	-28.1652604707414	51
21.4345413735379	-28.1652604707414	
21.4345413735379	-28.1652604707414	
21.4345413735379	-28.1652604707414	
-1302.52631237606	-93.3848194249488	
-1071.30523495241	-6.80931401486833	
576.134079742571	186.456760625536	
1175.19666609359	196.885242077906	
17.5931640790014	-31.9943540956018	52
17.5931640790014	-31.9943540956018	
17.5931640790014	-31.9943540956018	
17.5931640790014	-31.9943540956018	
-1288.91018069529	-62.9335391025648	
-1084.67107232692	12.7408855100075	
519.160730586527	161.983893551138	
1123.22778160772	161.437020653408	
13.7205900737248	-37.5173476530608	53
13.7205900737248	-37.5173476530608	
13.7205900737248	-37.5173476530608	
13.7205900737248	-37.5173476530608	
-1672.39592751841	-73.397567828602	
-999.330322610335	54.6738712244524	
1519.9929800815	271.187493363287	
0	0	
13.0960362877846	-54.1431791432802	54
13.0960362877846	-54.1431791432802	
13.0960362877846	-54.1431791432802	
0	0	
-1567.15817890591	-13.7159483886636	
-1021.37537556408	79.5539222827813	
1248.19135167232	194.148824300062	
0	0	
7.87030748258559	-58.6249702113852	55
7.87030748258559	-58.6249702113852	
7.87030748258559	-58.6249702113852	
0	0	
-1650.5894563242	24.2857627447534	
-236.554065960621	217.606821916279	
0	0	
0	0	
3.93598708154121	-95.9238481732845	56
3.93598708154121	-95.9238481732845	
0	0	
0	0	
-1570.94648333522	99.4978040353806	
-352.807174156293	194.896957013758	
0	0	
0	0	
-3.9537183122677	-103.564106079326	57
-3.9537183122677	-103.564106079326	
0	0	
0	0	

-colla-----		
4.07835992035834	4.95538253334189	58
3.02357474652127	1.49327539608755	
-2.10957034803323	-6.92521621085422	
-3.62135771919417	-7.68060820145931	
-11.4183398292945	-18.6857947139427	
-11.4183398292945	-18.6857947139427	
-11.4183398292945	-18.6857947139427	
-11.4183398292945	-18.6857947139427	

1.08700432143091	4.79099272128241	59
1.25319629974222	1.99143655353978	
0.332383963314866	-5.63454542133605	
-0.294214184259447	-6.64252832532006	
-2.04827262667583	-16.9013474470605	
-2.04827262667583	-16.9013474470605	
-2.04827262667583	-16.9013474470605	
-2.04827262667583	-16.9013474470605	

2.31353310672362	3.91588817388142	60
2.19486216266048	1.88830842107435	
-0.237341898795486	-3.98574469065486	
-1.33477297554013	-4.95881574664887	
-5.41026824962624	-13.0630608289605	
-5.41026824962624	-13.0630608289605	
-5.41026824962624	-13.0630608289605	
-5.41026824962624	-13.0630608289605	

0.269774499334632	3.62400784525238	61
0.908637122249679	2.11788236394466	
1.27772521150477	-2.83438623672538	
0.823406673413928	-4.00098125663672	
0.821028441465812	-11.2152257105893	
0.821028441465812	-11.2152257105893	
0.821028441465812	-11.2152257105893	
0.821028441465812	-11.2152257105893	

1.6768922582741	2.69597230479441	62
1.88728549470976	2.13590783983628	
0.420786529696615	-1.40092500367203	
-0.522856219477791	-2.4579871087308	
-3.26211932668406	-7.56357192593524	
-3.26211932668406	-7.56357192593524	
-3.26211932668406	-7.56357192593524	
-3.26211932668406	-7.56357192593524	

2.17541648013989	2.67394772105094	63
2.34792014890545	2.59405347707541	
0.345007411374035	-0.480862071074024	
-0.828952693247482	-1.62936379528637	
-4.45533836021592	-6.17678372116338	
-4.45533836021592	-6.17678372116338	
-4.45533836021592	-6.17678372116338	
-4.45533836021592	-6.17678372116338	

2.84044462413061	2.5522180468681	64
2.96573231354295	2.85327336765811	
0.250575457657397	0.283697794891112	
-1.23229069624942	-1.16716594495697	
-6.03968083333057	-4.98517664862767	
-6.03968083333057	-4.98517664862767	
-6.03968083333057	-4.98517664862767	
-6.03968083333057	-4.98517664862767	

5.13173486871165	2.97031370059394	65
4.79584228351516	3.75214747445153	
-0.671785233025934	1.84359081772631	
-3.06970637283805	-6.51693958961413E-02	
-12.1623779575571	-4.17342115121565	
-12.1623779575571	-4.17342115121565	
-12.1623779575571	-4.17342115121565	
-12.1623779575571	-4.17342115121565	

5.73233133243894	3.32651243508461	66
5.6147448058587	4.29117563075348	
-0.235172990043061	1.59482496761171	
-3.04254533933887	-0.750762811375519	
-13.0127591385505	-5.21678879616668	
-13.0127591385505	-5.21678879616668	
-13.0127591385505	-5.21678879616668	
-13.0127591385505	-5.21678879616668	

13.2488247926155	2.49537133626205	
11.4003447783322	2.72089652083096	

-3.69696000709754 -9.39713233241034 -33.5829866693859 -33.5829866693859 -33.5829866693859 -33.5829866693859	0.386779918442148 -1.27546366131924 -4.69844449107646 -4.69844449107646 -4.69844449107646 -4.69844449107646	67
10.0216420887974 10.172194430308 0.301104736166305 -4.7849925050741 -21.9576026810178 -21.9576026810178 -21.9576026810178 -21.9576026810178	3.47655885693293 3.08670911966443 -0.888910064763403 -2.32439123348989 -7.92205597220705 -7.92205597220705 -7.92205597220705 -7.92205597220705	68
21.0106996835722 18.7247444602866 -4.57191024379094 -13.9342825783641 -51.821923360472 -51.821923360472 -51.821923360472 -51.821923360472	3.03714924946136 1.84545278761067 -3.26043128893462 -3.68565543713747 -7.89307157048048 -7.89307157048048 -7.89307157048048 -7.89307157048048	69
78.6110504846686 61.5252663952745 -34.1715685150992 -64.9342016493583 -212.871541283768 -212.871541283768 -212.871541283768 -212.871541283768	5.8976873664211 5.03051737104008 -0.151740014340623 -2.98139927209901 -11.981364765958 -11.981364765958 -11.981364765958 -11.981364765958	70
350.975421356198 262.876955584462 -176.196931711953 -307.635409404315 -976.692060346367 -976.692060346367 -976.692060346367 -976.692060346367	15.6721246149364 12.219539717816 -6.30268903968832 -12.804867426406 -40.7835946755339 -40.7835946755339 -40.7835946755339 -40.7835946755339	71
52.0590053604941 80.7018962767996 57.285781893582 16.9348337101457 -52.087655120234 -52.087655120234 -52.087655120234 -52.087655120234	4.31081175188051 6.34109513359232 3.7013180794732 0.752593055645987 -4.84313093151807 -4.84313093151807 -4.84313093151807 -4.84313093151807	72
-316.917222142161 -181.156081976392 271.522280286986 362.100321278283 1006.95437236038 1006.95437236038 1006.95437236038 1006.95437236038	-12.2013583185667 -5.38728247911351 14.0081723227514 16.6740784486026 43.4124646095319 43.4124646095319 43.4124646095319 43.4124646095319	73
-64.5697399048259 -33.2115144656554 62.7164509170669 79.322208228586 213.385695273409 213.385695273409 213.385695273409 213.385695273409	-2.88941763968826 0.145495833812999 5.93588434642086 5.49427936354496 12.1211525012071 12.1211525012071 12.1211525012071 12.1211525012071	74
-11.5678235458475 -2.19849999128123 18.7386472504584 19.8378973019429 46.5733656733163 46.5733656733163 46.5733656733163 46.5733656733163	-0.585032052592221 0.818384426539995 2.25378726246594 1.55693901539707 5.45299124909583 5.45299124909583 5.45299124909583 5.45299124909583	75
-2.77631027446231 2.58725528862461 10.7271309189808 9.43350332412055 18.1066445737189	-0.183282718329996 1.23946033030083 3.7319115416069 2.86480159153564 6.93131324294171	76

18.1066445737189	6.93131324294171	
18.1066445737189	6.93131324294171	
18.1066445737189	6.93131324294171	

-11.6823200572599	-2.07773469387769	77
-4.35409305858716	-0.968008332313934	
14.6564539895061	2.20778515740771	
16.8335005196395	2.72015193443155	
42.2877641900723	9.23831289241215	
42.2877641900723	9.23831289241215	
42.2877641900723	9.23831289241215	

-4.97337494713167	-1.84776413703771	78
-0.918328842335951	-1.46308459383307	
8.11009209953101	1.28740034200229	
8.56925657174252	1.74425062231835	
20.0831559241825	7.77351454862483	
20.0831559241825	7.77351454862483	
20.0831559241825	7.77351454862483	

1.12822732141365	-0.684097942372726	79
2.79560005697569	0.12396282704902	
3.33474549011201	1.50088268240461	
1.93694558453301	0.874801428098891	
1.19929938152299	3.94389121320808	
1.19929938152299	3.94389121320808	
1.19929938152299	3.94389121320808	

7.56813585865206	0.866507323492437	80
7.35661822647795	0.373700564577943	
-0.423035342902734	-0.550480793263431	
-4.10134445114199	-0.755892969891734	
-17.3053430271411	-1.96021377117239	
-17.3053430271411	-1.96021377117239	
-17.3053430271411	-1.96021377117239	

2.69600707566102	-0.369559659671596	81
4.43172613311627	1.77266991344107	
3.47143811537382	4.27852064442504	
1.25557500206887	3.61083868424783	
-2.13609706589412	7.55530778075198	
-2.13609706589412	7.55530778075198	
-2.13609706589412	7.55530778075198	

2.96914185491737	-0.768333611322079	82
4.69528944577225	2.0016394673782	
3.45229539695703	4.59107948446239	
1.10465048214988	4.45957057766228	
-2.76495986207042	9.57993521935379	
-2.76495986207042	9.57993521935379	
-2.76495986207042	9.57993521935379	

10.0984218487752	1.47973308573109	83
9.8757723698057	2.92387214129854	
-0.44529917395015	3.87950331911267	
-5.38318531800369	2.22595043732856	
-22.9585688529032	3.56902334081405	
-22.9585688529032	3.56902334081405	
-22.9585688529032	3.56902334081405	

1.44103541420051	-2.32995478894273	84
4.42865511999978	-1.55367148548461	
5.97523935459531	1.79899131596024	
3.76091172628153	2.92068555158687	
3.44027947534799	9.10963390028113	
3.44027947534799	9.10963390028113	
3.44027947534799	9.10963390028113	

3.90703251347317	6.47565429041607	85
6.07959949292125	8.31858783355596	
4.34513399991925	3.52135877504063	
1.30533436142872	-1.15661069643907	
-3.85820887554136	-8.06960398767413	
-3.85820887554136	-8.06960398767413	
-3.85820887554136	-8.06960398767413	

17.5155731257681	5.0305097001159	
0	0	
0	0	
0	0	
-85.0086243130048	-6.55213584366432	86
0	0	
0	0	
0	0	
21.0126859926554	-0.255067209919522	
0	0	
0	0	
0	0	
-101.981221570912	14.8206608361428	87
0	0	
0	0	
0	0	
25.2080205132321	16.307518462841	
0	0	
0	0	
0	0	
-122.342512460982	-55.5635768710378	88
0	0	
0	0	
0	0	
30.2409918324132	9.52359123292265	
0	0	
0	0	
0	0	
-146.769117501032	-24.1403459176444	89
0	0	
0	0	
0	0	
36.2788328764214	7.87592713904846	
0	0	
0	0	
0	0	
-176.072672401996	-21.4971795783353	90
0	0	
0	0	
0	0	
43.5221732453808	13.6057036051185	
0	0	
0	0	
0	0	
-211.22689691705	-55.2050304392712	91
0	0	
0	0	
0	0	
52.211702700897	10.5989971541151	
0	0	
0	0	
0	0	
-253.399934333018	-48.7397551630564	92
0	0	
0	0	
0	0	
62.6361596403876	16.3465100998569	
0	0	
0	0	
0	0	
-303.993127857703	-64.942075783223	93
0	0	
0	0	
0	0	
75.1419380117168	13.7772608672037	
0	0	
0	0	
0	0	
-364.687628859244	-59.8359062757715	94
0	0	
0	0	
0	0	
90.1445833927378	26.7079946556811	
0	0	

0	0	
0	0	
-437.50021700092	-123.626482086547	95
0	0	
0	0	
0	0	
108.142619336011	28.5910791820157	
0	0	
0	0	
0	0	
-524.850382103526	-139.420956214773	96
0	0	
0	0	
0	0	
129.734094030078	29.149384060282	
0	0	
0	0	
0	0	
-629.640643621413	-143.38501186186	97
0	0	
0	0	
0	0	
-89.9689131382817	-22.7906863846162	
-33.9318638673318	-9.74836163766249	
112.074098460665	26.4329982129747	
129.04003046498	30.9906425866352	
324.78101317562	78.6445830486076	98
324.78101317562	78.6445830486076	
324.78101317562	78.6445830486076	
324.78101317562	78.6445830486076	
-2.18802632099822	-2.77655173434636	
18.3491721219659	2.19104274874496	
41.074397268139	8.18373161305941	
31.899811029744	7.89130061837683	
50.5508153168594	14.3159985785623	99
50.5508153168594	14.3159985785623	
50.5508153168594	14.3159985785623	
50.5508153168594	14.3159985785623	
16.4159517971157	2.86326926707555	
30.0156129225997	6.42904670570815	
27.1993223076697	6.78758035163435	
12.1915158732606	3.49066242951152	
-6.26467005905551	0.363800765556937	100
-6.26467005905551	0.363800765556937	
-6.26467005905551	0.363800765556937	
-6.26467005905551	0.363800765556937	
19.8385503333605	2.11537533060276	
32.6609501736835	4.88984888402828	
25.6447995477972	6.18508221393214	
9.31432442700092	3.88683097032919	
-15.6069933311893	1.88357177281144	101
-15.6069933311893	1.88357177281144	
-15.6069933311893	1.88357177281144	
-15.6069933311893	1.88357177281144	
18.0314524340519	1.52676274782317	
31.8707035864696	4.70156233426063	
27.6785021709967	7.08270113089459	
11.7431504631488	4.24851870999405	
-9.32529746251108	3.28287028836882	102
-9.32529746251108	3.28287028836882	
-9.32529746251108	3.28287028836882	
-9.32529746251108	3.28287028836882	
5.87130376814378	0.431609779136748	
23.4847546959596	4.40812909345919	
35.2269020646353	7.05842745723472	
23.4845245870873	5.42371203387811	
26.1196513526515	8.10429811264522	103
26.1196513526515	8.10429811264522	
26.1196513526515	8.10429811264522	
26.1196513526515	8.10429811264522	
-51.7538427721896	-9.08236460667221	
-18.5093943229125	-4.12508920683737	
66.4888968154879	10.3301225702728	
75.7435941006845	11.7943805295242	
189.073306565125	30.463747455545	104

189.073306565125	30.463747455545	
189.073306565125	30.463747455545	
189.073306565125	30.463747455545	
-9.23457420772282	-4.02896208996652	
5.79629751684221	-2.47067593390427	
30.0617434323357	3.20225269708368	
27.1635947080003	4.2818925915991	
53.9769358186563	11.9958031159529	105
53.9769358186563	11.9958031159529	
53.9769358186563	11.9958031159529	
53.9769358186563	11.9958031159529	
-14.3975303234017	-3.69216679204624	
0.378209911246599	-1.32140854433517	
29.5514805767268	4.22185793061945	
29.3623755739705	5.11153904310456	
64.894080450432	13.2503768965191	106
64.894080450432	13.2503768965191	
64.894080450432	13.2503768965191	
2.39386976943816	-0.895719462879046	
10.2902024295046	0.794553572804716	
15.7926652666657	3.64363788460937	
10.6475640742538	3.12862359330723	
12.2398663072772	6.8055330900857	107
12.2398663072772	6.8055330900857	
12.2398663072772	6.8055330900857	
12.2398663072772	6.8055330900857	
8.24854031546596	-0.737665743147916	
14.0792591315695	0.392271273261994	
11.6614375758222	2.51852060181835	
4.62180805003986	2.1362250396114	
-5.37830541409835	4.83439292338115	108
-5.37830541409835	4.83439292338115	
-5.37830541409835	4.83439292338115	
-5.37830541409835	4.83439292338115	
16.2370923396063	-0.448845638077405	
19.9572487079065	0.105111971605696	
7.44031271543337	1.21041034555686	
-2.53831163957771	1.16258855385427	
-27.8431468914304	3.42097306909126	109
-27.8431468914304	3.42097306909126	
-27.8431468914304	3.42097306909126	
-27.8431468914304	3.42097306909126	
44.1348461614541	2.60356942673829	
40.7749527480955	2.88327163616679	
-6.71978679110113	0.394859792258623	
-27.1072631761089	-1.00033450237061	
-105.649057297458	-4.77526833831477	110
-105.649057297458	-4.77526833831477	
-105.649057297458	-4.77526833831477	
-105.649057297458	-4.77526833831477	
26.4499906575742	-0.566647933605166	
31.531572337467	0.984149807481403	
10.1631633584623	3.11564023290226	
-5.60262281239479	2.63147621774222	
-47.532689065858	5.26577050283699	111
-47.532689065858	5.26577050283699	
-47.532689065858	5.26577050283699	
-47.532689065858	5.26577050283699	
58.8882054771788	2.69190344904308	
56.2234362666897	3.08307808232129	
-5.32953841254912	0.740622566822579	
-33.4412565420798	-0.820617196154271	
-136.920712227233	-5.13731518671578	112
-136.920712227233	-5.13731518671578	
-136.920712227233	-5.13731518671578	
-136.920712227233	-5.13731518671578	
17.6647801256229	-4.43542315426746	
31.1711274116928	-1.83492695111524	
27.0126945707039	5.20830445475426	
11.4271308670695	6.11527543713939	
-9.25018719591351	15.7769734086117	113
-9.25018719591351	15.7769734086117	
-9.25018719591351	15.7769734086117	
-9.25018719591351	15.7769734086117	

-----nastro frp-----		
13.831585596674	-257.191961263409	
59.5122029348205	-182.350644775986	
67.706014190636	-114.473374306099	
89.3501774418098	-61.5971907068308	
86.0648142969849	-16.7844030826779	114
99.114917984929	14.0884141053156	
116.938753203951	39.4542092262212	
141.101087970824	60.9198153823966	
189.758516565662	78.7982804415232	
241.818088045848	100.716000199882	
376.172982232338	120.493471513953	
464.01823337715	154.292442473723	
671.341681399345	192.099667793238	115
1522.97627878064	243.479496099607	
5430.42725545591	410.342223709109	
5638.81389848478	430.184062910976	
1610.2916827813	255.435680809839	
756.599289041273	202.729123127699	
570.272922661285	185.415786793887	
497.833382262837	162.406441062515	
328.652478881602	131.370840439988	116
248.305570498508	107.255850054119	
243.507328335902	96.3893067787228	
312.740631351649	104.118562877669	
321.286370235849	78.8197255933265	
332.348031387325	46.9127163543905	
424.198285192445	38.3437855879111	
410.434713062442	2.41005283272973	
425.870229785896	42.3644780544213	117
510.893732609426	62.9563081641971	
612.89283352066	56.6803239396189	
735.256816635973	126.066000997353	
882.051706755826	169.168802124641	
1058.15530779426	208.588069096165	
1269.41931442952	270.583986088936	
1522.86376543751	320.441857104124	
1826.91028650388	393.158354273925	118
2191.66195261346	460.737563619673	
2629.23896882593	595.036290319487	
3154.18145729072	732.664765681726	
3783.93256099922	874.52937770835	
2484.58171494288	557.111178112258	
2282.34350705949	494.625381280353	
2307.40700882841	491.34232328245	
2369.84636584617	479.936469459208	119
2407.1545713763	464.774773464604	
2302.65821401418	431.852753069448	
1546.23327810434	309.333796886193	
1330.28834647772	260.314628208224	
1070.66722294459	207.683750617767	
1021.69980867953	182.340976086723	
1043.21742670944	163.609252189268	
1154.61014471124	152.347578230464	120
1577.28094784076	173.597464552817	
1767.44564588978	154.104540862975	
2315.22497976989	174.900823438593	
2352.23292758698	112.28581717022	

La situazione rappresentata dallo step 118 può essere osservata meglio nella seguente figura, che evidenzia, la tendenza della fibra a staccarsi dalla sezione di chiave fino a quella della rene sinistra.

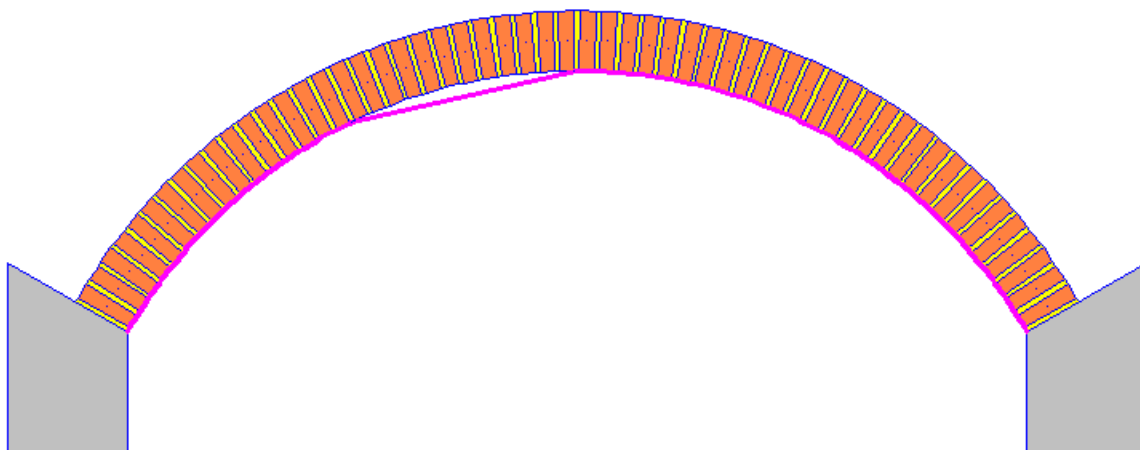


Fig. 54 – *L'incipit della delaminazione prima della non convergenza dell'algoritmo.*

Purtroppo non è possibile cogliere completamente il processo completo della delaminazione, perché nelle interfacce interessate da questo fenomeno solo tre bielle su quattro si staccano. Il procedimento di calcolo infatti si interrompe, in un certo senso, ‘prematuramente’, al 119° step quando il vettore degli sforzi non risulta più in equilibrio con i carichi assegnati. Questo evento è dovuto al fatto che le distorsioni introdotte dall'algoritmo per correggere la soluzione standard hanno annullato tutte le bielle di malta del giunto n° 16, cosa che dovrebbe essere interpretata come se si fosse formata una “lesione passante” da intradosso ad estradosso. In un certo senso questo fenomeno è indicativo appunto del fatto che la struttura non è più in condizione di equilibrio, ossia di stabilità, e l'algoritmo trova così un suo modo di dichiarare il fatto.

Risulta adesso significativo rilevare che, provando a calcolare nuovamente questa stessa struttura raddoppiando la larghezza del nastro di rinforzo (10 cm), l'arco risulta stabile (con 50 iterazioni soltanto) e il rinforzo non si stacca.

4.8. ANALISI DEL MODELLO SPERIMENTALE “ARCO 02 RINFORZATO” CON L’ALGORITMO DI CALCOLO ‘MODELLO A DELAMINAZIONE’.

Lo stesso arco rinforzato è stato analizzato anche con il “Modello a delaminazione”. La struttura risulta in questo caso costituita da 56 conci di calcolo (i mattoni) collegati con interfacce di malta modellate con 8 bielle, di cui 4 sono di sforzo normale e 4 di sforzo di taglio. Le bielle da sforzo normale sono vincoli unilateri, capaci cioè di trasmettere solo forze di compressione. Se soggette a trazione si lesionano e con loro anche le bielle da taglio ad esse associate.

Il rinforzo è stato modellato sotto forma di bielle che collegano ogni coppia di conci contigui nei loro punti medi di intradosso, per un totale di 55 bielle più 2 di estremità che rappresentano l’ancoraggio del rinforzo stesso ai pilastri. Se, durante l’esecuzione del calcolo, una coppia di bielle di FRP produce sforzi di peeling di trazione superiori alla resistenza alla delaminazione offerta dai mattoni, la fibra si stacca da quel concio e collega così il concio precedente con quello successivo.

La matrice di equilibrio iniziale è dunque in questo caso costituita da 168 righe 513 colonne, corrispondenti a tre equazioni di equilibrio per i 56 conci strutturali e a 513 vincoli biella, di cui 456 sono di malta e 57 sono di rinforzo esterno. Ogni volta che si stacca la fibra sotto un concio, la matrice di equilibrio si accorcia di una colonna.

I dati relativi al rinforzo, utilizzati nel calcolo, sono i seguenti:

--> FRP

FIBRA:
Larghezza Fibra = 5 cm
Spessore Fibra = 0.045 cm
Modulo elastico Fibra = 2754000 kgf/cmq
MATRICE:
Resistenza a trazione : 0.5 kgf/cmq

ARCO STABILE

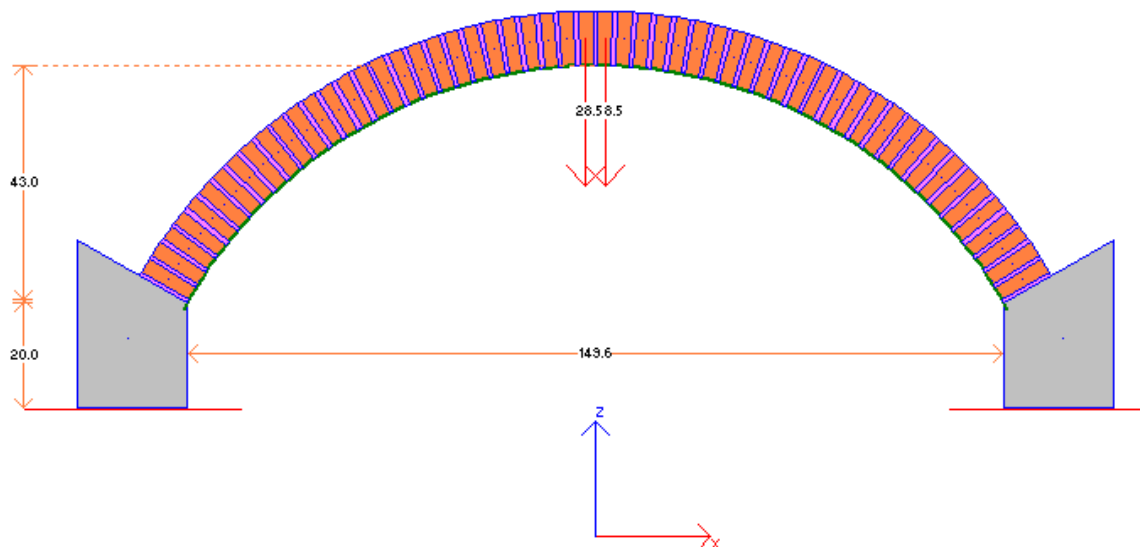


Fig. 55 –Il modello numerico dell’arco con rinforzo all’intradosso.

Il primo calcolo è stato fatto sulla base della forza che rende instabile l’arco privo di rinforzo durante la prova in laboratorio: 57 Kg. Dopo aver compiuto 60 iterazioni, l’algoritmo di calcolo dichiara stabile la struttura, evidenziando anche in questo caso l’efficacia del rinforzo. A questo step il poligono funicolare è tutto interno alla sagoma dell’arco, mentre secondo l’algoritmo “Modello completo” questo fuoriusciva dalle sezioni di chiave oltre l’estradosso.

PROSPETTO: Curva delle Pressioni - Step: 60
ARCO STABILE

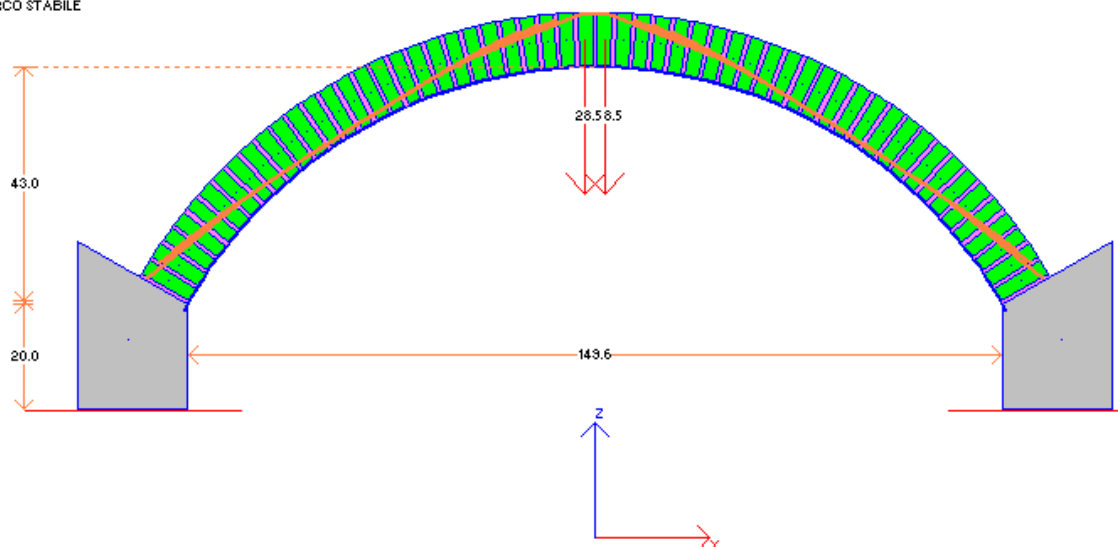


Fig. 56 –Il poligono funicolare relativo allo step 60.

Successivamente il carico è stato portato al valore di 198 Kg, per verificare che anche con questa modellazione sia apprezzabile la formazione di una micro-fessura in chiave.

La soluzione viene trovata al 64° step, al quale andiamo a leggere il vettore delle fratture:

FILE: "Modello Sperimentale 02b_Rinf"
Motore di calcolo: SOLUTORE VC++6
VETTORE DELLE FRATTURE {CRACK} (513) (step = 64)

0		0	
0		0	
9.56381846519949E-05		2.4491750368441E-05	
2.26710511171671E-04		0	
0	1	0	
0		0	
-8.86058618920785E-05		-2.27958500935293E-05	9
-8.86058618920785E-05		0	
0		0	
0		0	
2.88851143825681E-05		4.32770842787788E-05	
1.04147140930488E-04		0	
0	2	0	
0		0	
-8.20424336346647E-05		-1.81273549115484E-05	10
-8.20424336346647E-05		0	
0		0	
0		0	
2.83447798351065E-05		1.14191876183161E-04	
0	3	4.06281475788884E-05	
0		0	
0		0	
-5.02624403696248E-05		-2.01729084157699E-05	11
0		-2.01729084157699E-05	
0		0	
0		0	
0		1.66454200606329E-04	
0	4	7.08971893874484E-05	
0		0	
0		0	
0		-1.31482188906358E-05	12
0		-1.31482188906358E-05	
0		0	
0		0	
0		1.97011785498756E-04	
0	5	8.86093012883771E-05	
0		0	
0		0	
0		-6.12575830269633E-06	13
0		-6.12575830269633E-06	
0		0	
0		0	
0		2.05883847545657E-04	
0	6	9.37755485543186E-05	
0		0	
0		0	
0		8.85710790699304E-07	14
0		8.85710790699304E-07	
0		0	
0		0	
0		1.93116624411269E-04	
0	7	8.64226293727803E-05	
0		0	
0		0	
0		7.8774685596638E-06	15
0		7.8774685596638E-06	
0		0	
0		0	
1.45241761322987E-06		1.58783228049208E-04	
0		6.65927900608074E-05	
0		0	
0		0	
-2.74482073109843E-05	8	0	
0		0	

1.48408485779583E-05	16
1.48408485779583E-05	
0	
0	
1.02983465168822E-04	
3.43437212773356E-05	
0	
0	
2.17672483883046E-05	17
2.17672483883046E-05	
0	
0	
4.0073756288292E-05	
0	
0	
0	
1.90987599628171E-05	18
0	
0	
0	
2.06640824359911E-05	
0	
0	
0	
2.36500532774026E-05	19
0	
0	
0	
0	
0	20
0	
0	
0	
0	
0	21
0	
0	
0	
0	22
0	
0	
0	
0	23
0	
0	
0	
0	24
0	
0	
0	
3.58418865829752E-05	25
0	
0	

4.98960728299447E-05	
0	
0	
4.14645055773291E-05	
1.25696894801902E-04	26
0	
0	
8.10661816295918E-05	
8.10661816295918E-05	
0	
0	
1.07627805908363E-04	
2.47060852561384E-04	27
0	
0	
8.71709881331269E-05	
8.71709881331269E-05	
0	
0	
1.78527281225666E-04	
3.77117859513097E-04	28
0	
0	
9.3151283439065E-05	
9.3151283439065E-05	
0	
0	
2.16651344075068E-04	29
4.46560367299061E-04	
0	
0	
1.02192242067741E-17	
1.02192242067741E-17	
0	
0	
1.78527281225673E-04	
3.77117859513116E-04	30
0	
0	
-9.31512834390631E-05	
-9.31512834390631E-05	
0	
0	
1.07627805908384E-04	
2.47060852561425E-04	31
0	
0	
-8.71709881331166E-05	
-8.71709881331166E-05	
0	
0	
4.14645055773433E-05	
1.25696894801934E-04	32
0	
0	
-8.10661816295678E-05	
-8.10661816295678E-05	
0	
0	
3.58418865830076E-05	33
0	
0	
0	
-4.98960728299373E-05	
0	
0	
0	
0	34
0	
0	
0	

0	
0	
4.29978040390316E-05	
1.45433928508409E-04	
0	2
0	
-1.08335311902052E-04	
-1.08335311902052E-04	

0	
0	
0	
3.9751642836799E-05	3
0	
0	
0	
-6.64101475904635E-05	

0	
0	
0	
0	
0	4
0	
0	
0	

0	
0	
0	
0	
0	5
0	
0	
0	

0	
0	
0	
0	
0	6
0	
0	
0	

0	
0	
0	
0	
0	7
0	
0	
0	

2.31318499489296E-06	
0	
0	
0	
-3.63924358854992E-05	8
0	
0	
0	

3.28287913913327E-05	
0	
0	
0	
-3.02536740522682E-05	9
0	
0	
0	

5.87887771525334E-05	
7.62325052480375E-07	
0	
0	
-3.61325157200247E-05	10
-3.61325157200247E-05	
0	
0	

1.5684260032933E-04	
5.75211664289684E-05	
0	

0	
-2.68566337100851E-05	11
-2.68566337100851E-05	
0	
0	

2.26222086353661E-04	
9.76915855850394E-05	
0	
0	
-1.75648383323717E-05	12
-1.75648383323717E-05	
0	
0	

2.66895377508747E-04	
1.21255101309619E-04	
0	
0	
-8.26909485018829E-06	13
-8.26909485018829E-06	
0	
0	

2.78867542749909E-04	
1.28214595158016E-04	
0	
0	
1.01865478739984E-06	14
1.01865478739984E-06	
0	
0	

2.62180483966771E-04	
1.18594257300253E-04	
0	
0	
1.02865071663829E-05	15
1.02865071663829E-05	
0	
0	

2.16912795357476E-04	
9.24395052433701E-05	
0	
0	
1.95226125363558E-05	16
1.95226125363558E-05	
0	
0	

1.43179576227831E-04	
4.98168756087302E-05	
0	
0	
2.87151898281499E-05	17
2.87151898281499E-05	
0	
0	

5.38833791516345E-05	
0	
0	
0	
2.52350276940905E-05	18
0	
0	
0	

2.81979492665207E-05	
0	
0	
0	
3.12820456547986E-05	19
0	
0	
0	

0	
0	
0	
0	
0	20

0		
0		

0		
0		
0		
0		
0		21
0		
0		

0		
0		
0		
0		
0		22
0		
0		
0		

0		
0		
0		
0		
0		23
0		
0		
0		

0		
0		
0		
0		
0		24
0		
0		
0		

0		
0		
0		
4.88015395909256E-05		
0		25
0		
0		
6.62062486501604E-05		

0		
0		
5.80018230600251E-05		
1.71431622959318E-04		
0		26
0		
1.07598616701402E-04		
1.07598616701402E-04		

0		
0		
1.45821004825522E-04		
3.32522945378707E-04		
0		27
0		
1.15733486536833E-04		
1.15733486536833E-04		

0		
0		
2.39956552776833E-04		
5.05206152219311E-04		
0		28
0		
1.23703897937944E-04		
1.23703897937944E-04		

0		
0		
2.90583026323883E-04		
5.97422235542709E-04		
0		29
0		
1.42841187770352E-17		
1.42841187770352E-17		

0		
0		
2.39956552776845E-04		
5.05206152219341E-04		
0		30
0		
-1.23703897937935E-04		
-1.23703897937935E-04		

0		
0		
1.45821004825558E-04		
3.32522945378773E-04		
0		31
0		
-1.15733486536817E-04		
-1.15733486536817E-04		

0		
0		
5.80018230600424E-05		
1.71431622959362E-04		
0		32
0		
-1.07598616701369E-04		
-1.07598616701369E-04		

0		
0		
0		
4.88015395909809E-05		
0		33
0		
0		
-6.62062486501444E-05		

0		
0		
0		
0		
0		34
0		
0		

0		
0		
0		
0		
0		35
0		

0		
0		
0		
0		
0		36
0		

0		
0		
0		
0		
0		37
0		

0		
0		
0		
0		
0		38
0		

2.81979492663787E-05		
0		
0		

0		
-3.12820456547996E-05	39	
0		
0		
0		

5.38833791514977E-05		
0		
0		
0		
-2.52350276940907E-05	40	
0		
0		
0		

1.43179576227224E-04		
4.98168756083702E-05		
0		
0		
-2.8715189828155E-05	41	
-2.8715189828155E-05		
0		
0		

2.16912795356894E-04		
9.24395052430226E-05		
0		
0		
-1.95226125363617E-05	42	
-1.95226125363617E-05		
0		
0		

2.62180483966218E-04		
1.18594257299918E-04		
0		
0		
-1.02865071663777E-05	43	
-1.02865071663777E-05		
0		
0		

2.78867542749534E-04		
1.282145951578E-04		
0		
0		
-1.01865478742848E-06	44	
-1.01865478742848E-06		
0		
0		

2.66895377508485E-04		
1.21255101309469E-04		
0		
0		
8.26909485014484E-06	45	
8.26909485014484E-06		
0		
0		

2.26222086353523E-04		
9.76915855849597E-05		
0		
0		
1.75648383323387E-05	46	
1.75648383323387E-05		
0		
0		

1.5684260032928E-04		
5.75211664289406E-05		
0		
0		
2.6856633710061E-05	47	
2.6856633710061E-05		
0		
0		

5.87887771526192E-05		
7.62325052531606E-07		
0		
0		
3.61325157199966E-05	48	
3.61325157199966E-05		

0		
0		

3.28287913913864E-05		
0		
0		
0		
3.02536740522562E-05	49	
0		
0		
0		

2.31318499496147E-06		
0		
0		
0		
3.63924358854698E-05	50	
0		
0		
0		

0		
0		
0		
0		
0		
0		
0		

0		
0		
0		
0		
0		
0		
0		

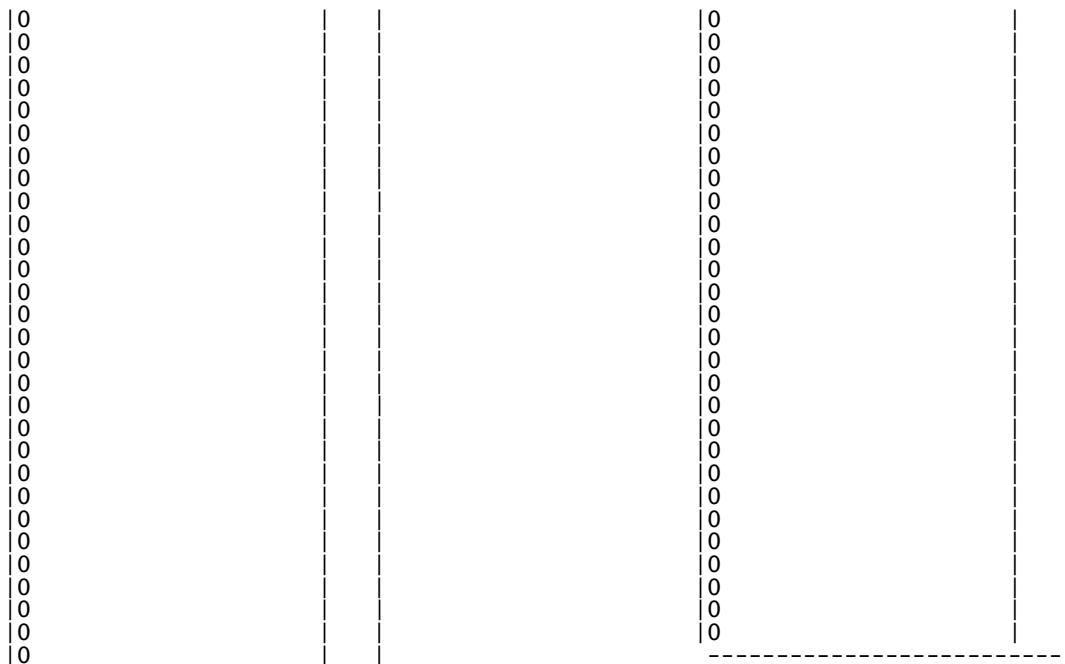
0		
0		
0		
0		
0		
0		
0		

0		
0		
0		
0		
0		
0		
0		

3.97516428366459E-05	55	
0		
0		
6.64101475904341E-05		

0		
0		
4.29978040388341E-05		
1.45433928508029E-04	56	
0		
0		
1.0833531190201E-04		
1.0833531190201E-04		

0		
0		
1.31220194403968E-04		
3.07382419646904E-04	57	
0		
0		
1.16933284627811E-04		
1.16933284627811E-04		



La massima ampiezza delle fratture nelle sezioni di reni sono leggibili nei giunti n° 14 e n° 44 e assumono il valore di 0.0002788 cm all'estradosso. Anche la lesione in chiave si è ampliata raggiungendo il valore di 0.000597 cm rispetto al precedente valore di 0.0004465 cm (quando il carico valeva 198 Kg).

Facendo crescere ancora il carico fino ad assumere il valore di picco di 432 Kg riscontrato nell'esperimento, dovrebbe innescarsi il fenomeno della delaminazione che investe il semiarco di sinistra, dalla sezione di chiave fino a quella di rene.

In effetti, fotografando step-by-step la struttura durante la fase di calcolo, è possibile osservare il processo della delaminazione, che si innesca proprio in prossimità della chiave.

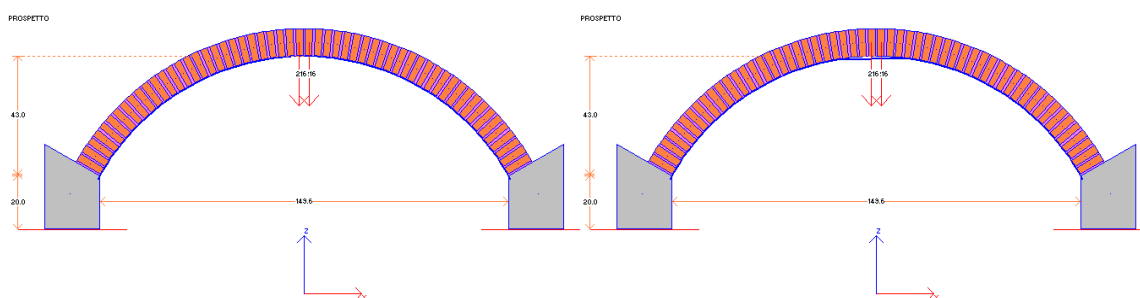


Fig. 57 –Il processo di delaminazione step by step: **a)** La fibra è aderente alla struttura (loop 1); **b)** la fibra si sta delaminando in chiave (loop 8).

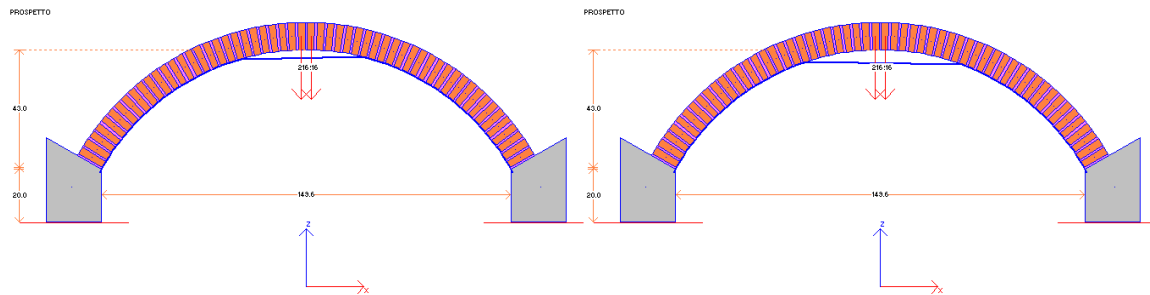


Fig. 58 –Il processo di delaminazione step by step: **a)** delaminazione al loop 14; **b)** delaminazione al loop 18.

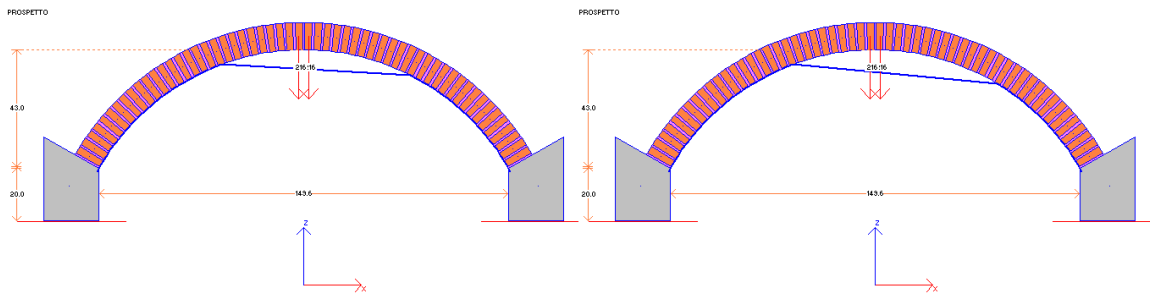


Fig. 59 –Il processo di delaminazione step by step: **a)** delaminazione al loop 22; **b)** delaminazione al loop 24.

Il modello numerico, dopo 24 loop, dichiara l'arco instabile ed evidenzia il distacco della fibra in una zona che va dalla chiave verso la sezione della rene destra. Questo risultato è speculare rispetto a quello dell'esperimento: basta infatti osservare l'arco dal retro invece che dal fronte.

CAPITOLO 5

5.1. OLTRE GLI FRP: I COMPOSITI DI ULTIMISSIMA GENERAZIONE.

Sebbene i compositi fibrorinforzati siano senza ombra di dubbio la famiglia dei materiali compositi strutturali più diffusa ed utilizzata nel settore edilizio, per questo non sono di certo gli unici né tanto meno i migliori.

Gli FRP, così come sono stati presentati in questo volume, sono suscettibili di miglioramenti ed è proprio questa la direzione intrapresa dai ricercatori interessati ai nuovi materiali da costruzione e a quelli da utilizzarsi come rinforzi per le costruzioni. Questi, infatti, per come vengono prodotti, costituiscono la base per la preparazione dei cosiddetti “materiali intelligenti” (Smart Materials).

I materiali intelligenti si ottengono annegando, all'interno del composito, durante la fase di costruzione, fibre ottiche che, collegate ad un computer, costituiscono il sensore capace di trasformare i segnali in funzione degli stati di sollecitazione e di deformazione presenti. I limiti intrinseci degli FRP possono così essere monitorizzati nel tempo: riguardano soprattutto la perdita di certe loro proprietà in funzione, oltre che dei carichi e degli eventi accidentali, soprattutto delle variazioni termiche, dei cicli di caldo e di freddo, di gelo e disgelo, e dell'umidità.

Una più recente generazione di materiali compositi, che sta gradualmente diffondendosi anche nel nostro settore, è quella dei cosiddetti SRP (Steel Reinforced Polymer) e SRG (Steel Reinforced Gout), che oltre ad assicurare i notevoli vantaggi dei loro predecessori FRP, presentano nuove e altrettanto interessanti proprietà.

Gli SRP-SRG sono costituiti da sottili fili di acciaio ad alta resistenza, attorcigliati a formare corde o trefoli ed infine assemblati in un tessuto ed impregnati in una matrice. Se la matrice è di tipo polimerico, il composito viene definito SRP, se di natura cementizia SRG.

Le loro caratteristiche si controllano attraverso la misurazione degli sforzi trasmessi tra le fibre e la matrice, che è alla base del loro buon funzionamento: è da evitare infatti ogni possibile forma di delaminazione interna al composito, ossia ogni possibile scorrimento tra fibre e matrice, le quali devono collaborare insieme (si noti che questo tipo di delaminazione non ha niente a che vedere con i problemi di delaminazione tra rinforzo e substrato). Un solo filo metallico sarebbe insufficiente a causa della sua bassa resistenza al taglio-scorrimento e alla sua bassa rigidità, dovute alla sua esile sezione resistente. Ecco perché gli SRP-SRG non sono costituiti da singoli filamenti annegati nella resina (come tutto sommato avviene invece nel caso degli FRP), bensì i singoli filamenti vengono dapprima attorcigliati fra di loro formando un trefolo, successivamente i trefoli vengono intessuti ed infine i tessuti vengono annegati in una matrice.

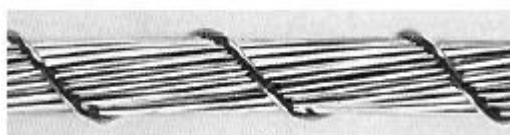


Fig. 58 – *Trefolo in acciaio per la fabbricazione di compositi SRP.*

La figura sopra riportata mostra un trefolo costituito da tredici filamenti attorcigliati dolcemente con passo di ritorcitura lungo e tenuti meglio insieme da un altro filo che li lega con passo molto più corto. Quest'ultimo fornisce anche adeguata ruvidezza, migliorando la resistenza al taglio-scorrimento interno e l'adesione con la matrice.

Se confrontati con gli FRP, è possibile tracciare una lista delle proprietà e delle migliorie tipiche di questa categoria di materiali:

- Maggiore leggerezza

- Maggiore duttilità conferita all'elemento rinforzato
- Maggiore resistenza
- Resistenza al taglio, di cui gli FRP sono carenti, con riduzione del rischio di delaminazione
- La maggiore rigidità del tessuto di SRP-SRG consente una posa in opera più corretta, soprattutto in caso di superfici curve come nel caso degli archi e delle volte
- Alta compatibilità con tutti i tipi di resine polimeriche e se usati con matrici cementizie consentono:
 1. Abbattimento dei costi
 2. più resistenza al fuoco
 3. maggiore facilità di collocazione in opera
- Possibilità di presollecitazione delle fibre per ottenere un presidio attivo dell'intervento fin dalla realizzazione dell'intervento
- Riduzione dei tempi di applicazione in quanto, la malta cementizia ha tempi ridotti di presa ed indurimento, rispetto alle resine

Tra le varie caratteristiche messe ora in luce, è il caso di segnalarne i principali aspetti.

La resistenza al fuoco è un parametro molto significativo, che è dovuto all'uso delle matrici cementizie. Mentre infatti le matrici polimeriche, tipiche dei materiali FRP, a temperature comprese tra i 60° e gli 80°C, a seconda del tipo di resina, passano da fragili e dure a plastiche e malleabili (ciò è insito nel processo di polimerizzazione, di formazione della resina e del composito) con conseguente decadimento delle proprietà meccaniche e pericolo di delaminazione e quindi incapacità di assorbire i carichi della struttura, le matrici cementizie degli SRG, conservando al loro interno una certa percentuale di acqua di cristallizzazione, riescono ancora ad offrire ottime

prestazioni a temperature ben più elevate, prima di mostrare un decadimento delle proprietà.

Inoltre, facendo uso dell'acciaio, l'unico, direi, materiale le cui leggi sono state codificate appieno dalla Scienza delle Costruzioni, è possibile fare riferimento a modelli di calcolo più precisi e più aderenti alla realtà di quanto non sia disponibile ancora con gli FRP. L'acciaio inoltre consente la realizzazione di un composito leggero, più economico, più duttile e più lavorabile.

Per quanto riguarda invece la messa in opera, deve essere segnalato il fatto che i supporti oggetto di rinforzo presentano quasi sempre superfici irregolari, rugosità superficiali e dislivelli. Pertanto è necessario, prima di procedere alla disposizione del rinforzo, pulire e livellare la superficie di applicazione e spesso, cosa non trascurabile, disporre uno strato di malta di allettamento per livellare la superficie di incollaggio: questo è l'anello debole degli FRP. Questi, infatti, dovrebbero essere posti in opera direttamente sul substrato senza interposizione di materiale aggiuntivo, che presenta il rischio di delaminazione. Molte volte tale operazione però non è possibile e viene corso il rischio. Il problema, come logico, non sussiste nel caso degli SRG, in quanto, facendo uso di malte cementizie, queste vengono utilizzate con il doppio scopo di conseguire il livellamento della superficie strutturale e come matrice del composito.

Nel caso poi di applicazione come rinforzi estradossali degli archi e delle volte in muratura, i tessuti di FRP, mancando di rigidità, vengono spesso collocati non correttamente ed irrimediabilmente dalla manodopera incaricata: questi tessuti, presentandosi raggrinziti prima dell'uso, finiscono per essere annegati in quantitativi spesso esuberanti di resina epossidica. Da ciò risulta evidente l'inutilità o la limitata riuscita dell'intervento di rinforzo, in quanto, prima di entrare in esercizio, le fibre debbono per forza prima stirarsi, e cominciano così a lavorare solo in un secondo

momento. Al contrario, gli SRG, presentandosi sufficientemente rigidi, consentono di superare questi inconvenienti. Inoltre, la possibilità in più di essere pretesi, migliora la loro funzione in quanto è possibile contare sul loro apporto fin dall'inizio. Rappresentare un presidio attivo per la costruzione è dunque un'opportunità in più offerta da questi materiali rispetto ai precedenti.

CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

La tecnica del placcaggio di strutture in muratura con materiali compositi in FRP si sta diffondendo rapidamente con lo scopo di rinforzare, consolidare o riparare le parti danneggiate.

Il CNR-DT 200 / 2004 è attualmente l'unico documento italiano che, oltre a fornire un supporto scientifico sul comportamento dei materiali compositi e dei loro componenti, suggerisce anche alcune relazioni matematiche per il corretto dimensionamento dell'intervento di rinforzo, dedotte dal lavoro di sperimentazione di un gruppo di ricercatori italiani e di docenti di discipline strutturali fondamentali quali la "Scienza delle Costruzioni" e la "Tecnica delle Costruzioni".

Oltre alle "Istruzioni" suddette è disponibile anche una vasta letteratura tecnica provvista di pubblicazioni scientifiche di alto livello che propongono metodologie di analisi di strutture rinforzate con le fibre di carbonio, di vetro e di aramide.

In questo senso, anche i modelli dei sistemi voltati in muratura fibro-rinforzati proposti con questo lavoro, vogliono fornire il loro contributo al mondo della ricerca. Sebbene questi algoritmi siano tuttora *in progress*, e necessitino di ulteriori sviluppi per essere ottimizzati, sembra comunque che rappresentino strade percorribili. Infatti dal confronto fra la soluzione numerica ottenuta con gli algoritmi di calcolo proposti e il comportamento del modello in scala costruito in laboratorio, i risultati ottenuti sono coerenti tra di loro.

Si tenga comunque in considerazione che tale operazione non è certo semplice e neppure del tutto corretta, in quanto intervengono differenze sostanziali che non è lecito ignorare; prima di tutto perché un simile confronto è viziato, come sempre, dal fatto che il modello numerico è comunque virtuale e non tiene, per ora, conto di quelle asimmetrie di costruzione e diversità comportamentali che una prova di laboratorio, essendo, sia pure in scala, reale, comporta, ma soprattutto per i seguenti motivi:

- I provini realizzati in laboratorio e descritti precedentemente sono stati concepiti per altri scopi e solo successivamente si è deciso di utilizzarli per validare le metodologie di calcolo proposte in questa sede.
- Il test sperimentale prova il modello di arco imprimendo uno spostamento in chiave con un martinetto, che simula una forza concentrata; il software, che implementa gli algoritmi di calcolo, invece, considera nel vettore dei carichi della struttura la presenza di forze concentrate nella stessa sezione.
- L'arco testato in laboratorio è stato costruito in tempi differenti, realizzando dei “macro-conci” di sei mattoni per volta, con giunti di malta lasciati maturare 28 giorni e solo successivamente montati e murati sulla centina. Questi ultimi giunti hanno avuto quindi un tempo di presa e di indurimento minore, fatto non trascurabile: come noto, infatti, le lesioni in una muratura seguono le strade più facilmente percorribili, ossia quelle direzioni nelle quali il materiale costitutivo offre minor resistenza. L'arco calcolato dal computer non può tenere ovviamente conto dei diversi tempi di esecuzione del modello.
- Fra il modello numerico e il modello in scala vi è poi una ulteriore differenza da tenere presente: il fatto che, in quest'ultimo, l'apparecchiatura muraria sia costituita da conci coincidenti ora con un solo mattone per l'intero spessore dell'arco, ora da due mezzi mattoni (due mattoni disposti nel senso della profondità dell'arco) giuntati dalla malta. Ciò comporta, durante la prova,

l'insorgenza di fenomeni difficilmente controllabili e non confrontabili con il comportamento previsto dall'arco numerico, nel quale i conci di calcolo sono tutti uguali e ricoprono l'intero spessore: si osservi, ad esempio, come la lesione in chiave, che si apre sulla struttura in laboratorio, provochi la "caduta" del mattone inferiore del concio di chiave sulla fibra, dalla quale non si può delaminare.

- Infine ci sono dei fenomeni che gli algoritmi, ancora, non considerano, quali l'attrito che concorre alla stabilità della struttura. Infatti l'arco non rinforzato calcolato col computer, per valori della forza in chiave di 57 Kg risulta instabile a causa dell'insorgenza di cinque lesioni simmetriche ed alternate nelle sezioni di imposta, delle reni e in chiave. Il modello reale denuncia pure la formazione di tali lesioni, ma non crolla perché l'attrito gli offre delle potenzialità resistive ulteriori.
- Il modello di laboratorio è stato realizzato in scala 1:2, per cui le dimensioni dei mattoni sono la metà di quelli veri. Purtroppo però, per motivi di costruzione, i giunti di malta, di spessore 0.8 cm, dovevano per forza essere realizzati in scala 1:1, operazione difficilmente interpretabile e riproducibile numericamente.

Premesse queste differenze tra il modello sperimentale ed il modello numerico, è comunque possibile osservare una somiglianza tra i risultati ottenuti posti a confronto. Questo fatto, appunto, suggerisce che gli algoritmi proposti, sebbene non siano del tutto affinati, riescono a cogliere gli aspetti sostanziali del comportamento di archi e volte in muratura rinforzati con FRP e lascia presumere che un successivo approfondimento possa farli divenire degli strumenti operativi a trecentosessanta gradi.

Bibliografia

1. Breymann G. A., *“Archi – Volte – Cupole”*, Editrice Librerie Dedalo, Roma, 1995
2. Cigni G., *“Il consolidamento murario. Tecniche d'intervento”*, Edizioni Kappa, giugno 1983
3. Defez A., *“Il consolidamento degli edifici”*, Liguori Editore, Napoli, 1998
4. Croci G., *“Conservazione e restauro strutturale dei beni architettonici”*, UTET Libreria, Torino, 2001
5. Paradiso M., Tempesta G., Galassi S., Pugi F., *“Sistemi voltati in muratura. Teoria e applicazioni”*, Edizioni Dei, Roma, ottobre 2007
6. Properzi M., *“Indagine teorica sul calcolo delle ossature murarie”*, Tesi di Laurea, A.A. 1989-1990, Relatore Prof. Michele Paradiso, Correlatore Prof. Silvia Briccoli-Bati, Dipartimento di Costruzioni, Facoltà di Architettura, Università degli Studi di Firenze
7. Pieri C., *“Analisi teorico-sperimentale su archi in muratura consolidati con CFRP soggetti a carichi e cedimenti vincolari”*, Tesi di Laurea, A.A. 2001-2002, Relatore Prof. Michele Paradiso, Correlatore Arch. Marta Rapallini, Dipartimento di Costruzioni, Facoltà di Architettura, Università degli Studi di Firenze
8. Stefano Galassi, *“X-Vaults: un software per lo studio della stabilità di sistemi voltati in muratura”*, Tesi di Laurea, A.A. 2002-2003, Relatore Prof. Michele Paradiso, Dipartimento di Costruzioni, Facoltà di Costruzioni, Università degli Studi di Firenze
9. CNR-DT 200/2004 *“Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati”*
10. Partecipazione alla Giornata di Aggiornamento Tecnico AICO *“Rinforzi strutturali delle costruzioni in c.a. e muratura mediante compositi fibrorinforzati FRP”* tenuta a Bologna, Centro Congressi via Godetti 10, il 17 maggio 2005, a cura dei Prof. ri Angelo Di Tommaso, Carlo Poggi, Giovanni Pascale, Luigi Ascione, Andrea Benedetti, Gaetano Manfredi, Antonio Borri
11. Partecipazione alla Giornata di Studio *“Rinforzo di strutture in c.a. e in muratura con l'uso di compositi polimerici fibro-rinforzati”* tenuta a Firenze, plesso didattico di Santa Verdiana, il 1° aprile 2005, a cura dei Prof. ri Raimondo Innocenti, Massimiliano Lucchesi, Guido Sarà, Mario De Stefano, Luigi Ascione, Roberto Realfonzo, Angelo D'Ambrisi, Elio Sacco, Andrea Benedetti, Silvia Briccoli Bati, Renato Parretti e dell'Arch. Maurizio Ferrini

- 12.Briccoli-Bati, Paradiso, Tempesta, *“SUL CALCOLO DEGLI ARCHI IN MURATURA”*, pubbl. in Atti del Dipartimento di Costruzioni, Università degli Studi di Firenze, 1989
- 13.Briccoli-Bati, Paradiso, Tempesta, *“ANALYSIS OF MASONRY STRUCTURES MODELLED BY A SET OF RIGID BLOCKS AND UNILATERAL CONTACT CONSTRAINTS”*, pubbl. in Proceedings of "IV International Symposium on Structural Masonry", STRU.MAS., Firenze, 1997
- 14.Briccoli-Bati, Paradiso, Tempesta, *“UN MODELLO NUMERICO VALIDO PER IL COMPORTAMENTO DI ARCHI IN MURATURA”*, pubbl. in 5th INTERNATIONAL CONGRESS ON RESTORATION OF ARCHITECTURAL HERITAGE, CICOP-ITALIA, Firenze, 2000
- 15.Briccoli-Bati, Paradiso, Tempesta, *“UN MODELLO NUMERICO PER L'ANALISI DI STRUTTURE A VINCOLI UNILATERI”*, pubbl. in Atti del XII Congresso Nazionale A.I.M.E.T.A., Napoli, 1995
- 16.Briccoli-Bati, Paradiso, Tempesta, *“ARCHI IN MURATURA SOGGETTI A CARICHI E CEDIMENTI DELLE IMPOSTE”*, pubbl. in Costruire in Laterizio, Gruppo Editoriale Faenza Editrice, 1997
- 17.Paradiso, Tempesta, *“UN MODELLO NUMERICO APPLICABILE NEL CONSOLIDAMENTO DI ARCHI E VOLTE IN MURATURA”*, pubbl. in 5th INTERNATIONAL CONGRESS ON RESTORATION OF ARCHITECTURAL HERITAGE, CICOP-ITALIA, Firenze, 2000
- 18.Galassi S., Paradiso M., Tempesta G., *“A numerical method for no-tension analysis of masonry arches”*, in Proc. Of IV International Conference on Arches Bridges, novembre 2004, Barcelona, Spain
- 19.Heyman J., *“THE MASONRY ARCH”*, pubbl. in ELLIS HORWOOD SERIES IN ENGINEERING SCIENZE, Chichester, Horwood, New York, Halsted press, 1982
- 20.Heyman J., *“APPUNTI DALLE LEZIONI SUL CALCOLO DELLE OSSATURE MURARIE”*, pubbl. in ATTI DEL DIPARTIMENTO DI COSTRUZIONI, Firenze, 1984
- 21.Heyman J., *“THE STONE SKELETON: STRUCTURAL ENGINEERING OF MASONRY ARCHITECTURE”*, Cambridge, Cambridge University press, 1995
- 22.Paradiso M., Rapallini M., Tempesta G., *“Masonry arch strenghtening with F.R.P. overlays, a numerical model”*, Firenze, 2001
- 23.Briccoli Bati S., Rovero L. *“Consolidamento di archi in muratura con nastri di composito a fibre lunghe di carbonio”*, Atti del convegno: Meccanica delle strutture in muratura rinforzate in FRP: modellazione, sperimentazione, progetto, controllo, Venezia, 7-8 dicembre 2000, pp. 53-64.

24. Briccoli Bati S., Rovero L., Tonietti U., *"Four points bending test on masonry elements reinforced with composite materials"*, Composite in Constructions: Proceedings of the International Conference in Constructions-CCC2003 Cosenza, 2003, pp. 171-176
25. Faccio P., Foraboschi P. *"F.R.P. formulazioni e metodi di calcolo"*, L'Edilizia, n. 9/10 settembre/ottobre 2000, pp. 52-57.
26. Di Marco R., Faccio P., Foraboschi P., Siviero E., *"Volte in muratura rinforzate con FRP"*, Costruire in Laterizio, Faenza Editrice S.p.A. – Faenza (Ravenna). Anno XII; n° 69; maggio / giugno 1999; pp. 66-71
27. Briccoli-Bati S., Rovero L., *"Consolidation of masonry arches with carbon-fiber reinforced plastics"*, XII International Brick/Block Masonry Conference, June 2000, Madrid, Spain
28. Briccoli Bati S., Rotunno T., Rovero L., Tonietti U. *"Innovative techniques and materials for the reinforcement of historical buildings"*, Atti del convegno: International Conference on Structural & Geotechnical Engineering and Construction Technology, Mansoura, Egypt, 23-25 marzo 2004
29. Paradiso M., Tempesta G., *"Archi in muratura rinforzati con CFRP"*, Costruire in Laterizio, 2004
30. Baratta A., Corbi I., *"Consolidamento di strutture murarie con fibre di carbonio"*, XXXII Congresso Nazionale dell'Associazione Italiana per l'Analisi delle Sollecitazioni AIAS, 3-6 settembre 2003, Salerno
31. Triantafillou T. C. *"Strengthening of Masonry Structures Using Epoxy-Bonded FRP Laminates"*, Journal of Composites for Construction, v.2, n.2, maggio 1988, pp. 96-104; 203
32. Point N., Sacco E. *"A delamination model for laminated composites"*, International Journal of Solids and Structures, v. 33, n. 4, febbraio 1996, p. 483-509
33. Modena C., Valdemarca M., Valluzzi M. R. *"Volte Murarie rinforzate mediante FRP"*, L'Edilizia, n. 5-6, maggio-giugno 1999, pp. 26-32
34. Caporale A., Luciano R., Rosati L., *"Analisi limite di strutture ad arco fibrorinforzate"*, AIAS 2003, XXXII Convegno Nazionale dell'Associazione Italiana per l'Analisi delle Sollecitazioni, Salerno, 3-6 settembre 2003
35. Migliaresi C., Pegoretti A., *"I materiali compositi"*, Enco journal: periodico sulla tecnologia dei materiali da costruzione, 1998, v. 8, p. 1-1
36. Cantella A., Colombo F., *"Materiali Compositi"*, in *"I Materiali Compositi"*, rivista on line
37. Bertolini L., Gastaldi M., *"Effetti dell'ambiente su adesivi epossidici usati per il rinforzo delle murature mediante FRP"*, riferimento: VIII Convegno Nazionale AIMAT, Associazione Italiana di Ingegneria dei Materiali, Università di Palermo, 27 giugno – 1 luglio 2006

38. Galassi S., Paradiso M., *"A numerical approach for the analysis of non linear behaviour of masonry arches, reinforced by F.R.P."*, in Proc. Of VII Symposium of Structures, Geotechnics and Construction Materials, 14-17 novembre 2006, UCLV, Santa Clara, Cuba
39. Jurina L., *"L'Arco armato nel consolidamento di archi e volte in muratura"*, Recupero e Conservazione n°33, pp. 54-61, 2000
40. Jurina L., *"Interventi di 'consolidamento esterno' sulle murature"*, L'Edilizia, De Lettera Editore, n°2, aprile 2002
41. Jurina L., *"L'arco armato': una nuova tecnica di consolidamento di archi e volte in muratura con l'uso di tiranti metallici"*, XVI Convegno CTA, Ancona, 1997
42. Jurina L., *"Ponti in muratura: verifiche statiche ed interventi di consolidamento con la tecnica dell'arco armato"*, Corso di aggiornamento e specializzazione – CIAS "Ponti e viadotti: ispezioni visive e tecniche di risanamento", Bolzano, 1-3 Dicembre 2004
43. Borri A., Castori G., Grazini A., Giannantoni A., *"Compositi SRP / SRG. Caratteristiche, sperimentazione e applicazioni per edifici esistenti in muratura"*, L'Edilizia n°144, 2006, p. 44
44. Huang X., Birman V., Nanni A., Tunis G., *"Properties and potential for application of steel reinforced polymer and steel reinforced grout composites"*, Composites, Part B: Engineering, Volume 36, Issue 1, January 2004, Pages 73-82
45. Casadei P., Nanni A., *"Steel reinforced polymer: an innovative and promising material for strengthening the infrastructures"*, Concrete Engineering International, Volume 9, Number 1, Spring 2005, pp. 54-56

Ringraziamenti

Desidero ringraziare:

- il Prof. Michele Paradiso, non solo per i suoi insegnamenti, ma soprattutto perchè mi ha sempre incoraggiato anche nei momenti più drammatici, mi ha guidato indicandomi la meta e con fiducia mi ha assegnato compiti di responsabilità,

- il Prof. Giacomo Tempesta, per il tempo che mi ha dedicato e per le preziose idee che mi ha suggerito,

- la mia fidanzata Daniela, senza il cui sostegno morale e pratico non avrei mai ultimato questo lavoro,

- Daniela Sinicropi, laureanda del Prof. Paradiso, che mi ha fornito le sue prove sperimentali sulle quali sono stati testati gli algoritmi di calcolo proposti.